

الاجابة النموذجية للاختبار الثاني في مقرر مبادئ التفاضل لطلاب الفصل الأول بقسم الأحياء

$$y = e^x(x^2 + 5^x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x(2x + 5^x \ln 5) + (x^2 + 5^x)e^x \quad \text{أ.1}$$

$$y = \ln(\tan x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\sec^2 x}{\tan x}$$

ب. الدالة $f(x) = \tan x$ فردية لأن $f(-x) = \tan(-x) = -\tan x = -f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x}{5x} = \frac{2}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{2}{5} \times 1 = \frac{2}{5} \quad \text{و،} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{1-x} = \frac{\sin 0}{1-0} = \frac{0}{1} = 0 \quad \text{أ.2}$$

$$f'(x) = 1 - \csc x \cot x \quad \text{ب.}$$

$$f''(x) = -\csc x(-\csc^2 x) + \cot x(\csc x \cot x) = \csc^3 x + \csc x \cot^2 x$$

$$2x + 2 = 0 \Rightarrow x = -1 \quad \text{نجد أن } f'(x) = 0 \quad \text{وبوضع } f'(x) = 2x + 2 \quad \text{أ.3}$$

إذا كانت $x \in (-\infty, -1)$ فإن $f'(x) < 0$ وبالتالي فإن الدالة $f(x)$ تناقصية على الفترة $(-\infty, -1)$

وإذا كانت $x \in (-1, \infty)$ فإن $f'(x) > 0$ وبالتالي فإن الدالة $f(x)$ تزايدية على الفترة $(-1, \infty)$

ب.

$$y = \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{t+1}} = \frac{t^{\frac{1}{2}}}{t^{\frac{1}{2}} + 1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(t^{\frac{1}{2}} + 1) \cdot \frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}} - t^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}}}{(t^{\frac{1}{2}} + 1)^2} = \frac{\frac{\sqrt{t} + 1}{2\sqrt{t}} - \frac{1}{2}}{(\sqrt{t} + 1)^2} = \frac{1}{2\sqrt{t}(\sqrt{t} + 1)^2}$$

$$f(3) = 27, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x^2 + 3x + 9)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 3x + 9) = 9 + 9 + 9 = 27 \quad \text{أ.4}$$

بما أن $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ فإن الدالة $f(x)$ متصلة عندما $x = 3$

$$f'(x) = (4x^2 + 5)^7 \cos x + \sin x \cdot 7(4x^2 + 5)^6 (8x) = (4x^2 + 5)^7 \cos x + 56x(4x^2 + 5)^6 \sin x \quad \text{ب.}$$

$$k = f(9) = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x - 9} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(x - 9)(x + 9)}{x - 9} = \lim_{x \rightarrow 9} (x + 9) = 9 + 9 = 18 \quad \text{أ.5}$$

$$f'(t) = 5000(2 + t) \Rightarrow f'(0.25) = 5000(2 + 0.25) = 11250 \quad \text{ب.}$$

$$y' = t^2 \cdot (-5e^{-5t}) + e^{-5t} \cdot 2t = (2t - 5t^2)e^{-5t} \quad \text{أ.6}$$

$$x^2 \cdot 2y \frac{dy}{dx} + y^2 \cdot 2x - \frac{1}{2}(xy)^{\frac{-1}{2}} \left(x \frac{dy}{dx} + y \cdot 1 \right) = 5 \quad \text{ب.}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} \left(2x^2 y - \frac{1}{2} x(xy)^{\frac{-1}{2}} \right) = 5 - 2y^2 x + \frac{1}{2} y(xy)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{5 - 2y^2 x + \frac{y}{2\sqrt{xy}}}{2x^2 y - \frac{x}{2\sqrt{xy}}} = \frac{(10 - 4y^2 x)\sqrt{xy} + y}{4x^2 y\sqrt{xy} - x}$$