

1. أ. $-3 < x < 3 \Rightarrow x < 3 \text{ and } x > -3 \Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow x^2 - 9 < 0$ أي أن مجموعة الحل هي الفترة $(-3,3)$

ب. يقال عن دالة f أنها دالة زوجية إذا كان $f(-x) = f(x)$

ب. يقال عن دالة $f : X \rightarrow Y$ دالة أحادية إذا كان لأي $x_1, x_2 \in X$ حيث $x_1 \neq x_2$ فإن $f(x_1) \neq f(x_2)$

ج. $A \cup B = \{1,2,3,4\}$ ، $B - A = \{1,2,3\}$ ، $B^c = \{5,6,7,8,9,10\}$ ، $A \cap B = \{4\}$

2. أ. $D_f = \mathbb{R}$ ، $D_g = (1,4)$

ب. $\frac{dy}{dx} = (x^2 + 2^x) \cdot \left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x) \cdot (2x + 2^x \ln 2)$

ج. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^4 + 3x + 1}{2x^4 - 5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{4x^4}{x^4} + \frac{3x}{x^4} + \frac{1}{x^4}}{\frac{2x^4}{x^4} - \frac{5x}{x^4}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{3}{x^3} + \frac{1}{x^4}}{2 - \frac{5}{x^3}} = \frac{4 + 0 + 0}{2 - 0} = 2$

3. أ. $f'(x) = 6x^2 + 6x$ ، بوضع $f'(x) = 0$ نجد أن $x = 0$ or $x = -1$ $6x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0$ or $x = -1$

أي أن العددان الحرجان هما $-1, 0$ والآن ندرس سلوك الدالة على الفترات $(-\infty, -1), (-1, 0), (0, \infty)$

1) عندما $x \in (-\infty, -1)$ فإن $f'(x) > 0$ وهذا يعني أن الدالة $f(x)$ تزايدية على هذه الفترة

2) عندما $x \in (-1, 0)$ فإن $f'(x) < 0$ وهذا يعني أن الدالة $f(x)$ تناقصية على هذه الفترة

3) عندما $x \in (0, \infty)$ فإن $f'(x) > 0$ وهذا يعني أن الدالة $f(x)$ تزايدية على هذه الفترة

ب. من (1) ، (2) تستنتج وجود نهاية عظمى محلية عندما $x = -1$ قيمتها $f(-1) = 2(-1)^3 + 3(-1)^2 = 1$

من (2) ، (3) تستنتج وجود نهاية صغرى محلية عندما $x = 0$ قيمتها $f(0) = 2(0)^3 + 3(0)^2 = 0$

ج. $f''(x) = 12x + 6$ ، بوضع $f''(x) = 0$ نجد أن $x = -\frac{1}{2}$ $12x + 6 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

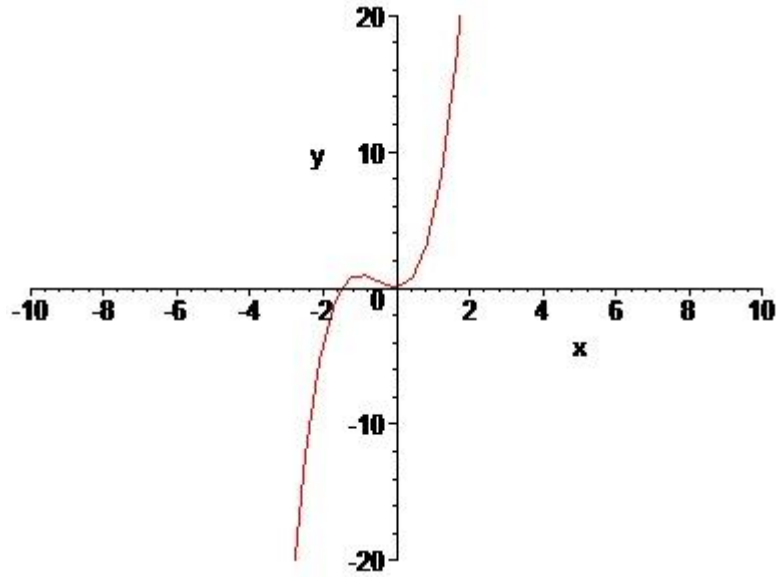
والآن ندرس سلوك الدالة على الفترتين $(-\infty, -\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}, \infty)$ لتحديد فترة التفرع لأعلى وفترة التفرع لأسفل

1) عندما $x \in (-\infty, -\frac{1}{2})$ فإن $f''(x) < 0$ وهذا يعني أن منحنى الدالة $f(x)$ مقعر لأسفل على هذه الفترة

2) عندما $x \in (-\frac{1}{2}, \infty)$ فإن $f''(x) > 0$ وهذا يعني أن منحنى الدالة $f(x)$ مقعر لأعلى على هذه الفترة

من (1) ، (2) تستنتج وجود نقطة انقلاب عند النقطة $(-\frac{1}{2}, f(-\frac{1}{2})) = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

الشكل البياني التالي يوضح منحنى الدالة $f(x) = 2x^3 + 3x^2$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin 2x}{2x} \cdot 2x}{\frac{\sin x}{x} \cdot x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin 2x}{x \sin x} = \frac{2}{1} = 2 \quad \text{أ. 4}$$

$$f'(x) = (\sec^2 \sqrt[3]{5-6x}) \cdot \left(\frac{1}{3}(5-6x)^{-\frac{2}{3}}\right) \cdot (-6) = \frac{-2 \sec^2 \sqrt[3]{5-6x}}{\sqrt[3]{(5-6x)^2}} \quad \text{ب.}$$

ج.

$$x^2 \cdot 2y \frac{dy}{dx} + y^2 \cdot 2x - (x \cdot \frac{dy}{dx} + y \cdot 1) = e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} (2x^2 y - x) = e^x - 2xy^2 + y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{e^x - 2xy^2 + y}{2x^2 y - x}$$

5. أ. الدالة $f(x)$ مستمرة عندما $x = 2$ لأن:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 + 2x + 4 = 12 = f(2)$$

$$y' = (x+5)^7 \cdot (-\sin x) + (\cos x) \cdot (7(x+5)^6) \quad \text{ب.}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{10x + \cos x}{5x^2 + \sin x} \quad \text{ج.}$$