1. أ. $x^2-4<0 \Rightarrow x^2<4 \Rightarrow x<2 \; and \; x>-2 \Rightarrow -2<x<2$ أي أن مجموعة الحل هي الفترة $(-2,2)$

$|1+x| \le 10 \Rightarrow -10 \le 1+x \le 10 \Rightarrow -11 \le x \le 9$ أي أن مجموعة الحل هي الفترة $[-11,9]$

ب. يقال عن دالة f أنها دالة زوجية إذا كان $f(-x)=f(x)$

يقال لدالة $f: X \to Y$ دالة أحادية إذا كان لأي $x_1, x_2 \in X$ حيث $x_1 \ne x_2$ فإن $f(x_1) \ne f(x_2)$

ج. $A \cap B = \{3\}$, $B^c = \{4,5,6,7,8,9\}$, $B-A=\{1,2\}$, $A \cup B = \{1,2,3\}$

2. أ. $D_g=(1,4)$ ، $D_f=\Re$

ب. $\dfrac{dy}{dx}=(x^3+3^x).(\dfrac{1}{x})+(\ln x).(3x^2+3^x \ln 3)$

ج. $$\lim_{x\to\infty}\frac{4x^3+3x+1}{2x^3-5x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{4x^3}{x^3}+\frac{3x}{x^3}+\frac{1}{x^3}}{\frac{2x^3}{x^3}-\frac{5x}{x^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{4+\frac{3}{x^2}+\frac{1}{x^3}}{2-\frac{5}{x^2}}=\frac{4+0+0}{2-0}=2$$

3. أ. $f'(x)=6x^2-6x$، بوضع $f'(x)=0$ نجد أن $6x^2-6x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0 \; or \; x=1$

أي أن العددان الحرجان هما $0,1$ والآن ندرس سلوك الدالة على الفترات $(-\infty,0),(0,1),(1,\infty)$

1) عندما $x\in(-\infty,0)$ فإن $f'(x)>0$ وهذا يعني أن الدالة $f(x)$ تزايدية على هذه الفترة

2) عندما $x\in(0,1)$ فإن $f'(x)<0$ وهذا يعني أن الدالة $f(x)$ تناقصية على هذه الفترة

3) عندما $x\in(1,\infty)$ فإن $f'(x)>0$ وهذا يعني أن الدالة $f(x)$ تزايدية على هذه الفترة

ب. من (1) ، (2) تستنتج وجود نهاية عظمى محلية عندما $x=0$ قيمتها $f(0)=2(0)^3-3(0)^2=0$

من (2) ، (3) تستنتج وجود نهاية صغرى محلية عندما $x=1$ قيمتها $f(1)=2(1)^3-3(1)^2=-1$

ج. $f''(x)=12x-6$ ، بوضع $f''(x)=0$ نجد أن $12x-6=0 \Rightarrow x=\dfrac{1}{2}$

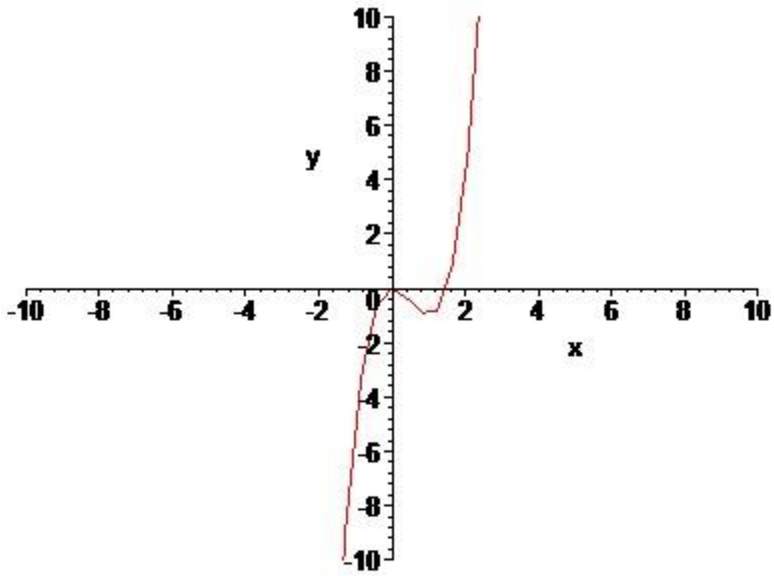
والآن ندرس سلوك الدالة على الفترتين $(-\infty,\frac{1}{2}),(\frac{1}{2},\infty)$ لتحديد فترة التقعر لأعلى وفترة التقعر لأسفل

1) عندما $x\in(-\infty,\frac{1}{2})$ فإن $f''(x)<0$ وهذا يعني أن منحنى الدالة $f(x)$ مقعر لأسفل على هذه الفترة

2) عندما $x\in(\frac{1}{2},\infty)$ فإن $f''(x)>0$ وهذا يعني أن منحنى الدالة $f(x)$ مقعر لأعلى على هذه الفترة

من (1) ، (2) تستنتج وجود نقطة انقلاب عند النقطة $(\frac{1}{2},f(\frac{1}{2}))=(\frac{1}{2},\frac{-1}{2})$

الشكل البياني التالي يوضح منحنى الدالة $f(x) = 2x^3 - 3x^2$



4. أ. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{\sin x} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{\sin 2x}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = \lim_{x\to 0}\frac{\frac{2\sin 2x}{2x}}{\frac{\sin x}{x}} = \frac{2}{1} = 2$

ب. $f'(x) = (\sec^2\sqrt[3]{5-5x}).(\frac{1}{3}(5-5x)^{\frac{-2}{3}}).(-5) = \frac{-5\sec^2\sqrt[3]{5-5x}}{3\sqrt[3]{(5-5x)^2}}$

ج.

$$x^2.2y\frac{dy}{dx} + y^2.2x + x.\frac{dy}{dx} + y.1 = e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx}(2x^2y + x) = e^x - 2xy^2 - y \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{e^x - 2xy^2 - y}{2x^2y + x}$$

5. أ. الدالة $f(x)$ غير مستمرة عندما $x = 2$ لأن:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2} = \lim_{x\to 2} x^2 + 2x + 4 = 12 \neq f(2)$$

ب. $y' = (x+4)^7.\cos x + (\sin x).(7(x+4)^6)$

ج. $\frac{dy}{dx} = \frac{10x - \sin x}{5x^2 + \cos x}$