

الاجابة النموذجية لامتحان رياضة 1 لطلاب الفصل الاول بقسمي الكيمياء والأحياء

1.أ. أوجد مجموعة الحل للمتباينتين التاليتين: $|2x-3| < 5$, $\frac{x-7}{x+3} \geq 2$

الحل

$$|2x-3| < 5 \Leftrightarrow -5 < 2x-3 < 5 \Leftrightarrow -2 < 2x < 8 \Leftrightarrow -1 < x < 4$$

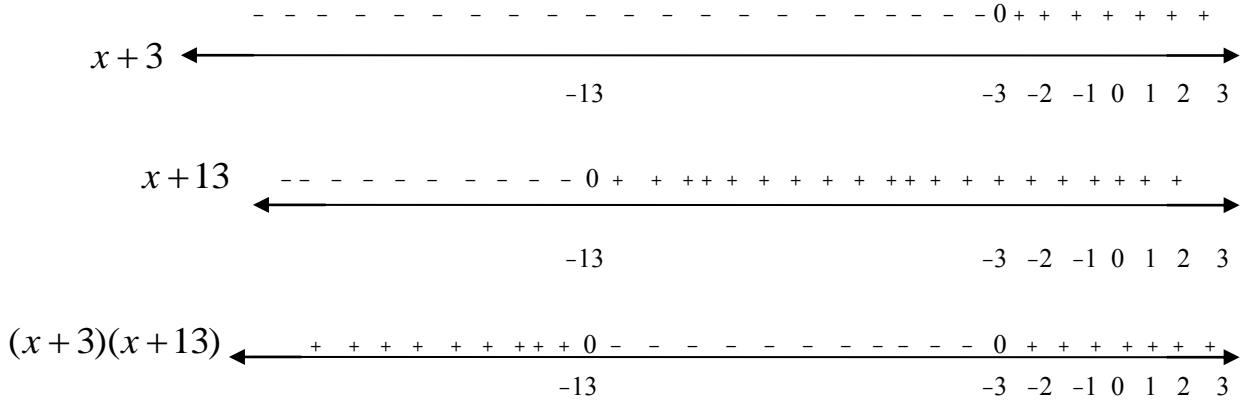
أي أن مجموعة الحل للمتباينة $|2x-3| < 5$ هي الفترة $(-1,4)$

بضرب طرفي المتباينة $\frac{x-7}{x+3} \geq 2$ في $(x+3)^2$

$$(x+3)^2 \cdot \frac{x-7}{x+3} \geq 2(x+3)^2$$

$$(x+3)(x-7) \geq 2(x+3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 21 \geq 2x^2 + 12x + 18 \Leftrightarrow x^2 + 16x + 39 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x+13) \leq 0$$



مجموعة حل المتباينة $\frac{x-7}{x+3} \geq 2$ هي الفترة $[-13,-3]$

ب. هل الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ فردية أو زوجية أو ليست فردية ولا زوجية؟ لماذا؟

الحل

الدالة $f(x) = \sqrt{x}$ غير معرفة عند $-x$ عندما تكون معرفة عند x ولذلك ليست فردية ولا زوجية

2.أ. اثبت أن الدالة $f(x) = 2x+1$ تكون دالة فوقية

الاثبات

كل $y \in \mathbb{R}$ يوجد $x \in \mathbb{R}$ حيث $x = \frac{y-1}{2}$ يحقق أن $f(x) = 2(\frac{y-1}{2}) + 1 = y$

ملاحظة: واضح أن الدالة فوقية لأن نطاقها المصاحب يساوي مداها

ب. هل الدالة $f(x) = x^4 - 16$ أحادية أم لا ؟ علل اجابتك

العل

الدالة $f(x) = x^4 - 16$ ليست أحادية لأن $-1 \neq 1$ بينما $f(-1) = (-1)^4 - 16 = -15$ ، $f(1) = (1)^4 - 16 = -15$ أي أن $f(-1) = f(1)$

3.أ. أوجد نطاق ومدى الدالتين التاليتين:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & , x \neq 3 \\ 6 & , x = 3 \end{cases} , \quad f(x) = \frac{6}{\sqrt[5]{x^2 + 32}}$$

العل:

نطاق الدالة $f(x) = \frac{6}{\sqrt[5]{x^2 + 32}}$ هو المجموعة IR أما مداها هو الفترة $(0, \infty)$

$$\text{نطاق ومدى الدالة } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3} & , x \neq 3 \\ 6 & , x = 3 \end{cases} \text{ هو المجموعة } IR$$

ب. أوجد (إن وجد) معكوس الدالة $f(x) = 4x + 5$

الدالة أحادية لأن $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 4x_1 + 5 = 4x_2 + 5 \Rightarrow 4x_1 = 4x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$

واضح أن الدالة فوقية لأن مداها يساوي نطاقها المطابق ولذلك يوجد للدالة دالة عكسية

$$y = 4x + 5 \Rightarrow y - 5 = 4x \Rightarrow x = \frac{y - 5}{4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - 5}{4}$$

4.أ. إذا كان $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2}$ ، $g(x) = \sqrt{x - 2}$ فأوجد (إن وجد): $(f \circ g)(x)$ ، $(g \circ f)(x)$

العل

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x - 2}) = \frac{1}{(\sqrt{x - 2})^2 + 2} = \frac{1}{x - 2 + 2} = \frac{1}{x}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\frac{1}{x^2 + 2}\right) = \sqrt{\frac{1}{x^2 + 2} - 2}$$

ب. أوجد $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 3x + 1}{4x^3 - 3x}$ ، $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{x^2 - 3x}$

العل

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{x^2 - 3x} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x^2 - 9)}{x(x - 3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} x + 3 = 3 + 3 = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 3x + 1}{4x^3 - 3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3}}{4 - \frac{3}{x^2}} = \frac{5 + 0 + 0}{4 - 0} = \frac{5}{4}$$

5.أ. عرف كلاً من: المجموعة الخالية - المجموعة الشاملة - الدالة الزوجية.

المجموعة الخالية هي المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر ويرمز لها بالرمز ϕ أو $\{\}$
 المجموعة الشاملة هي مجموعة تكون كل المجموعات التي قيد الدراسة مجموعات جزئية منها.
 الدالة الزوجية: يقال عن دالة f أنها دالة زوجية إذا كان $f(-x) = f(x)$

ب. عبر بطريقة الوصف عن المجموعة $A = \{-2, 2\}$

الحل

$$A = \{x : x^2 = 4\}$$

6.أ. إذا كانت $A = \{x : x^2 - 9 = 0\}$, $B = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ فأوجد:

$$A \cup B , B - A , B^c$$

الحل

$$A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 3\} , B - A = \{-2, -1, 0, 1\} , B^c = \{2, 3, 4\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \sqrt{x-4} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 4^+} \sqrt{x-4} \quad (\text{أوجد إن وجد})$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \sqrt{x-4} = \sqrt{4-4} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \sqrt{x-4} \quad \text{غير موجود}$$