

أجب عن جميع الأسئلة التالية:

س1. فيما يلي : إذا كانت العبارة صحيحة برهن وإذا كانت خاطئة أعط مثالاً يوضح الخطأ

(i) إذا كان كل زمرة جزئية من الزمرة G تكون تبديلية فإن G زمرة تبديلية

(ii) إذا كانت G زمرة تبديلية ، $H < G$ فإن G/H زمرة تبديلية

(iii) إذا كانت X مجموعة كل التبديلات الفردية في S_n فإن X زمرة جزئية من S_n

(iv) إذا كان K, H زمريتين جزئيتين من الزمرة G فإن $K \cap H$ زمرة جزئية من G

(v) إذا كان $(G, *)$ زمرة ابدالية ، و $H = \{g \in G : g * g = e\}$ ، فإن H زمرة جزئية من G

(vi) الزمريتين $(Z, +)$ ، $(13Z, +)$ غير متشاكلتين تقابلياً لأن $2 \in Z$ بينما $2 \notin 13Z$

س2. أ) عرف كلاً من: الزمرة - الزمرة الجزئية - التشاكل الزمري التقابلي - الزمرة الجزئية الناظمية - الزمرة الدورية

$$(b) \text{ ليكن } x = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

(i) أوجد $x^2 y$ (ii) عبر عن $x^2 y$ على صورة حاصل ضرب دورات منفصلة

(iii) عبر عن $x^2 y$ على صورة حاصل ضرب محورات (iv) أوجد رتبة y (v) هل x تبديلة زوجية أم فردية؟

س3. أ) أذكر نص مبرهنة لاجرانج ثم برهنها (ب) وضح لماذا لا يوجد تشاكل بين Z_{25} ، $Z_5 \times Z_5$

(ج) برهن أن زمرة الأعداد الحقيقية الموجبة مع عملية الضرب العادية تتشاكل تقابلياً مع زمرة الأعداد الحقيقية مع عملية الجمع العادية

س4. أ) ليكن $W = \mathbb{R} - \{2\}$ ، عرفت $*$ على W كالتالي $a * b = ab - 2a - 2b + 6$ برهن أن $(W, *)$ تكون زمرة

(ب) برهن أن كل زمرة جزئية من زمرة دورية يجب أن تكون دورية

(ج) برهن أن كل زمرة جزئية من زمرة تبديلية لا بد أن تكون ناظمية

س5. أ) إذا كان φ تشاكل زمري برهن أن φ تشاكل أحادي إذا وإذا كان فقط $\ker(\varphi) = \{e\}$

(ب) إذا كانت H زمرة جزئية من الزمرة G برهن أن لأي عنصر $a \in G$ يكون $Ha = [a]$

(ج) ليكن G زمرة ، $a \in G$ برهن أن $a^{O(G)} = e$

س6. أ) إذا كانت G زمرة تبديلية برهن أن زمرة القسمة G/N تكون تبديلية.

(ب) برهن أنه إذا كانت الزمرة G جداء مباشراً داخلياً لزمرة الجزئية الناظمية N_1, N_2, \dots, N_n فإن:

$$N_i \cap N_j = \{e\} \text{ حيث } i \neq j$$

انتهت الأسئلة . مع تمنياتي للجميع بالنجاح بنفوق (أ. محمد المرقب)

متقنون: 10 ناجحون: 10 نسبة النجاح: 100% وكانت درجات الطالبات كالتالي: 52، 57، 78، 81، 82، 83، 86، 92، 94، 95

الطالبات المتميزات في مقرر الجبر المجرد 1 للعام الجامعي 2005/2004				
الاسم	أعمال السنة 40	الامتحان النهائي 60	المجموع 100	التقدير
	40	55	95	ممتاز
	38	56	94	ممتاز
	37	55	92	ممتاز
	33	53	86	ممتاز