

س.1. أ) ( 10 درجات ) ضع علامة  $\checkmark$  أمام العبارة الصحيحة وعلامة  $\times$  أمام العبارة الخاطئة:

1. التبديل  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$  رتبته 5  
2. تحصيل تبديلين فرديين يكون تبديل زوجي

3. كل عنصر في الزمر الدورية المنتهية يولدها  
4. كل زمرة تحتوي على 5 عناصر تكون زمرة دورية

5. كل زمرة جزئية من زمرة غير دورية تكون غير دورية  
6. كل عنصر في زمرة يولد زمرة جزئية دورية من الزمرة

7.  $A_4$  (التباديل الزوجية في  $S_4$ ) تحتوي على 12 عنصر فقط  
8. الزمرة  $(Z_n, +_n)$  غير منتهية

9. العنصر 0 في الزمرة  $(Z, +)$  رتبته تساوي 0  
10. توجد دالة تشاكل بين أي زمرتين

ملاحظة : في السؤال الأول فقط أجب عن فقرة واحدة ( الفقرة أ) أو الفقرة (ب) )

ب) ( 10 درجات ) ليكن  $G = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ ، عرفت العملية الثنائية \* على G كالتالي:

برهن أن G تكون زمرة مع العملية الثنائية \*  
 $x * y = xy - x - y + 2 \quad \forall x, y \in G$



س.2. أ) ( 4 درجات ) ليكن  $G$  زمرة ،  $\{H_i\}_{i \in I}$  عائلة من الزمر الجزئية من  $G$  برهن أن  $\bigcap_{i \in I} H_i$  زمرة جزئية من  $G$

ب) ( 6 درجات ) عرف كلاً من:  
الزمرة:

التشاكل الزمري:

نواة التشاكل:

رتبة العنصر:

س.3. أ) ( 6 درجات ) أعطِ ( إن وجد ) مثلاً مناسباً لكل فقرة مما يلي:

(i) زمرة منتهية مولدة بأربعة عناصر عناصر

(ii) زمرة غير تبديلية من الرتبة 5

(iii) زمرة غير دورية من الرتبة 6

(iv) زمرة لا تحتوي على عنصر محايد

(v) عملية ثنائية غير تجميعية

(vi) زمرة دورية رتبها 99

ب) (4 درجات) ليكن  $\mu, \lambda \in S_7$  حيث  $\mu = (1\ 5\ 2\ 4\ 3)(6\ 7)$  ،  $\lambda = (1\ 6)(2\ 3\ 4\ 5\ 7)$  أكمل ما يأتي:  
 $O(\mu) = \dots\dots\dots$  ،  $\lambda\mu^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$  ،  $\mu\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$

س4. أ) (5 درجات) برهن أن كل زمرة دورية يجب أن تكون تبديلية.

ب) (5 درجات) ليكن  $G$  زمرة برهن أنه إذا كان  $a^2 = e$  لكل  $a \in G$  فإن  $G$  زمرة تبديلية

انتهت الأسئلة ..... تمنياتي للجميع بالنجاح والتفوق.....  
الإثنين 17/3/2007