جامعة المرقب كلية الآداب والعلوم – زليتن قسم الرياضيات

الاختبار النصفي الأول في مقرر الجبر المجرد لطلاب السنة الثالثة للعام الجامعي 2008/2007

****** / + − * $\Re\ Q\ Z\ Q^*\ \varphi\ *\ \le\ \times\ \otimes\ \oplus\ \circ\ \bullet\ \langle\rangle\ \cong\ \lhd\ \Delta\ \mu\ \sigma\ \tau\ \rho\ \Re\ \aleph\ \nabla\ \in\ \exists\ \approx$ * / + − ******

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية: **الزمن: ساعة ونصف**

1.أ) عرف: الزمرة وإذا كانت $\mu,\tau\in S_6$ حيث $\mu=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\4&2&5&3&6&1\end{pmatrix}$ ، $\tau=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\6&4&1&2&5&3\end{pmatrix}$

فأوجد $|\tau|$ ، μ^{-1} ، μ^{1000} ، $\mu\tau$

ب) برهن أن كل زمرة دورية يجب أن تكون زمرة تبديلية.

2.أ) أكمل الفراغات التالية بما يناسبها:

(i) إذا كانت G زمرة ، $a,b\in G$ فإن حل المعادلة $ya=b$ هو $y=$ .....

(ii) .....من الزمرة G تكون زمرة جزئية من G إذا وإذا كان فقط H مغلقة تحت العملية المعرفة على G.

(iii) المجموعة الجزئية غير الخالية H من الزمرة G تكون زمرة جزئية من G إذا وإذا كان فقط ..... لكل $a,b\in H$.

(iv) إذا كان $\varphi:G\to G'$ دالة تشاكل فإن $\ker\varphi=\{x\in G:$ .....$\}$

ب) عرف مركز الزمرة ثم برهن أن مركز الزمرة G يكون زمرة جزئية من G.

3.أ) إذا كانت G زمرة بحيث $(ab)^2=a^2b^2$ لكل $a,b\in G$. برهن أن G تبديلية.

ب) ليكن $f:\Re\to\mathbb{C}^*$ دالة من الزمرة $(\Re,+)$ إلى الزمرة $(\mathbb{C}^*,\times)$ معرفة بالقاعدة $f(x)=e^{\pi ix}$ برهن أن f دالة تشاكل زمري ثم أوجد $\ker(f)$ (ارشاد: $e^{2\pi ix}=\cos(2\pi x)+i\sin(2\pi x)$)

4.أ) عرف رتبة العنصر في الزمرة. وإذا كان a عنصراً في الزمرة G رتبته m برهن أن $a^n=e$ إذا وإذا كان فقط $m|n$

ب) ضع علامة √ أمام العبارة الصحيحة وعلامة × أمام العبارة الخاطئة:

i) كل زمرة لها عنصر واحد فقط من الرتبة 1

ii) إذا كان كلاً من H ، K زمرة جزئية من الزمرة G فإن $H\cup K$ تكون زمرة جزئية من G

iii) إذا كان $O(G)=n$ وكان $k|n$ فإن G لها زمرة جزئية رتبتها k

iv) كل زمرة جزئية من زمرة دورية تكون تبديلية.

5.أ) ليكن $*$ عملية معرفة على $\Re/\{-1\}$ بالقاعدة $a*b=a+b+ab$ لكل $a,b\in\Re/\{-1\}$

برهن أن: $(\Re/\{-1\},*)$ تكون زمرة تبديلية.

ب) أعطِ (إن وجد) مثالاً مناسباً لكل فقرة مما يلي:

(i) زمرة غير منتهية مولدة بأربعة عناصر (ii) زمرة غير تبديلية من الرتبة 7 (iii) زمرة غير دورية من الرتبة 6

(iv) عملية ثنائية تنسيقية غير تبديلية (v) زمرة دورية رتبتها 21

انتهت الأسئلة.... تمنياتي للجميع بالنجاح ..... أ. محمد عمر مولاه 2007/12/12