

الدور الأول في الجبر المجرد 2 لطلاب السنة الرابعة للعام الجامعي 2005 / 2004

الزمن: ثلاث ساعات

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية:

- س1. أ) ضع علامة  $\checkmark$  أمام العبارة الصحيحة وعلامة  $\times$  أمام العبارة الخاطئة مع تصحيح الخطأ: (10 درجات)
- 1) كل حلقة لها محايد ضربي (2) في الحلقة  $Z_{12}$  تكون  $I = \{0,4,8\}$  مثالية أولية. (3) كل مجال يكون منطقة صحيحة.
- 4) في كل حلقة غير صفرية يكون 0 قاسماً للصفر. (5) أي منطقة صحيحة منتهية تكون مجال. (6)  $Z_6$  لها المميز 6
- 7) إذا كانت  $R$  حلقة ذات عنصر محايد فإن أي عنصر قابل للعكس في هذه الحلقة لا يمكن أن يكون قاسماً للصفر.
- 8) إذا كانت  $R$  حلقة وكان  $a, b \in R$  فإن  $ac = ab$  يؤدي إلى أن  $c = b$  لكل  $a \neq 0$
- 9) في الحلقة  $(Z, +, \times)$  كل حلقة جزئية تكون مثالية. (10) إذا كانت  $R$  منطقة صحيحة فإن  $\{0\}$  مثالية أولية.

- ب) ليكن كلاً من  $I, I_1, I_2, \dots, I_n$  مثالية من الحلقة  $R$  برهن أن  $I = I_1 + I_2 + \dots + I_n$  مثالية من  $R$  (5 درجات)
- س2. أ) ليكن  $F$  مجال، عرفت العملية الثنائية  $*$  على  $G = F - \{1\}$  كالتالي:  $a * b = a + b - ab \quad \forall a, b \in G$  برهن أن:  $(G, *)$  تكون زمرة. (كل مقبرة 5 درجات)

- ب) أعط مثلاً لحلقة لا يتحقق فيها قانون الحذف (ii) برهن أن  $Z_n$  تكون منطقة صحيحة إذا وإذا كان فقط  $n$  عدد أولي
- س3. أ) برهن أن  $R = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in Q\}$  تكون حلقة مع عمليتي الجمع والضرب ثم برهن أن  $\varphi : R \rightarrow R$  تشاكل حلقي تقابلي حيث  $\varphi(a + b\sqrt{2}) = a - b\sqrt{2}$  (10 درجات)

- ب) ليكن  $F$  مجال برهن أن: العناصر القابلة للعكس في الحلقة  $F[x]$  هي العناصر القابلة للعكس في المجال  $F$  (5 درجات)
- س4. أ) إذا كانت  $(R, +, \cdot)$  حلقة وكان  $I = \{x \in R : x \cdot y = y \cdot x \quad \forall y \in R\}$  أثبت أن  $I$  حلقة جزئية من  $R$ . هل  $I$  مثالي؟ لماذا؟ (8 درجات)

- ب) إذا كان  $\varphi$  تشاكل حلقي برهن أن:  $\ker(\varphi) = \{0\}$  إذا وإذا كان فقط  $\varphi$  تشاكل أحادي. (7 درجات)
- س5. أ) (5 درجات) برهن أن: (i) كل مثالي يجب أن يكون حلقة جزئية. (ii) نواة أي تشاكل حلقي دائماً تمثل مثالي. (8 درجات)

- ب) ليكن  $R$  حلقة تبديلية ذات عنصر محايد: (i) ليكن  $a \in R$  برهن أن  $Ra = \{ra : r \in R\}$  تكون مثالية من  $R$  (5 درجات)
- (ii) إذا كان  $R$  مجال برهن أن  $Ra = R$  لكل  $a \in R, a \neq 0$  (5 درجات)

- س6. أ) إذا كانت الدالة  $\varphi : (C, +, \cdot) \rightarrow (M_{2 \times 2}, +, \cdot)$  معرفة بالقاعدة  $\varphi(a + ib) = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$  برهن أن  $\varphi$  دالة تشاكل. (7 درجات)

- ب) إذا كانت  $I$  مثالية من الحلقة  $R$  برهن أنه يوجد تشاكل فوق  $\varphi : R \rightarrow R/I$  بحيث  $\ker(\varphi) = I$  (8 درجات)

انتهت الأسئلة ..... تمنياتي للجميع بالنجاح والتفوق ..... 2005.6.21

الطالبات المتميزات في مقرر الجبر المجرد 2 للعام الجامعي 2005/2004				
الاسم	أعمال السنة 40	الامتحان النهائي 60	المجموع 100	التقدير
	39	59	98	ممتاز
	39	58	97	ممتاز
	35	51	86	ممتاز