

الرياضيات هي ملكة العلوم وعلم الجبر فيها هو الجوهرة على تاج الملكة
جامعة المرقب
كلية إحصاء المعلمين - زليتن
قسم الرياضيات

اختبار الدور الأول في مقرر الجبر المجرد 2 لطلاب السنة الرابعة للعام الجامعي 2006 / 2007

الزمن: 8:00 - 11:00

أجب عن جميع الأسئلة التالية

س1.أ. عرف كلاً من: المجال - مميز الحلقة - المثالية الأولية - حلقة خارج القسمة.

ب. ليكن $R = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ حلقة مع عمليتي الجمع والضرب. برهن أن $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تشاكل حلقي تقابلي حيث $\varphi(a + b\sqrt{2}) = a - b\sqrt{2}$

س2.أ. بين أي من الدوال التالية تكون تشاكل حلقي؟ علل إجابتك.

$\varphi: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R} : \varphi(a + ib) = a$ ، و $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : \varphi(x) = |x|$ ، و $\varphi: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R} : \varphi(x) = x$

ب. ليكن $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow S$ تشاكل حلقي، فإذا كانت M مثالية من الحلقة S برهن أن $\varphi^{-1}(M)$ مثالية من الحلقة \mathbb{R} .

س3.أ. ليكن J حلقة جزئية من \mathbb{R} ، و K حلقة جزئية من S برهن أن $J \times K$ حلقة جزئية من $\mathbb{R} \times S$

ب. إذا كان $(\mathbb{R}, +, \bullet)$ نظام جبري يحقق كل شروط الحلقة ما عدا الابدال مع الجمع، وإذا كانت \mathbb{R} تحتوي على عنصر $1_{\mathbb{R}}$ يحقق أن $a \bullet 1_{\mathbb{R}} = a \quad \forall a \in \mathbb{R}$ برهن أن النظام $(\mathbb{R}, +, \bullet)$ يكون حلقة.

س4.أ. إذا كان $\{A_i\}_{i \in I}$ عائلة من المثاليات من الحلقة \mathbb{R} برهن أن $\bigcap_{i \in I} A_i$ مثالية من \mathbb{R}

ب. برهن أو أعط مثلاً مخالفاً: إذا كانت $S \neq \{0\}$ حلقة جزئية من حلقة \mathbb{R} لا تحتوي على عنصر محايد فإن S لا تحتوي أيضاً على عنصر محايد.

س5.أ. إذا كان $f: \mathbb{R} \rightarrow S$ تشاكل حلقي وكانت N حلقة جزئية من \mathbb{R} برهن أن $f(N)$ حلقة جزئية من S

ب. إذا كانت I مثالية من الحلقة \mathbb{R} برهن أنه يوجد تشاكل فوقي $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}/I$ بحيث $\ker \varphi = I$

س6.أ. برهن أو أعط مثلاً مخالفاً: الحلقة الجزئية $(S, +, \cdot)$ من المجال $(F, +, \cdot)$ تكون مجال جزئي من $(F, +, \cdot)$

ب. إذا كانت \mathbb{R} حلقة، و $f(x), g(x) \in \mathbb{R}[x]$ ، برهن أن: $\deg(f(x) + g(x)) \leq \max\{\deg f(x), \deg g(x)\}$

انتهت الأسئلة.....تتمنياتي للجميع بالنجاح....
 2007.5.28

الطالبات المتميزات في مقرر الجبر المجرد 2 للعام الجامعي 2007/2006				
الاسم	أعمال السنة 40	الامتحان النهائي 60	المجموع 100	التقدير
	40	53	93	ممتاز
	37	54	91	ممتاز
	40	41	81	جيد جداً
	32	45	77	جيد جداً