أجمل ما في الحياة أن تبني جسراً من الأمل فوق بحيرة من اليأس.
سر النجاح في السعي للنجاح.

جامعة المرقب كلية إعداد المعلمين بزليتن

الاختبار الثاني في الجبر المجرد2 لطلاب السنة الرابعة للعام الجامعي 2007/2006

أخي الطالب . . . . كن هادئاً وأزرع الثقة في نفسك ،وتذكر أن فهم السؤال نصف الجواب ،ونظم إجابتك بخط حسن مستذكراً أن (الخط الحسن يزيد الحق وضوحاً)

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية: ***الزمن: ساعتان***

س1. أ) ضع علامة √ أمام العبارة الصحيحة وعلامة × أمام العبارة الخاطئة

1) إذا كان R منطقة صحيحة منتهية فإنه لكل $0 \neq x \in R$ يوجد $x^{-1} \in R$ بحيث $xx^{-1} = 1$

2) $\{0\}$ مثالية أولية من الحلقة $(Z,+,\times)$

3) إذا كانت S حلقة جزئية من حلقة R لا تحتوي عنصر محايد فإن S لا تحتوي أيضاً على عنصر محايد.

4) توجد حلقة لا تحتوي على قواسم للصفر ولكنها ليست منطقة صحيحة.

5) إذا كانت R حلقة وكان $a,b \in R$ فإن $ac = ab$ يؤدي إلى أن $c = b$ لكل $a \neq 0$

ب) لتكن X مجموعة غير خالية وليكن $P(X)$ مجموعة قوى X برهن أن مميز الحلقة $(P(X),\oplus,\otimes)$ يساوي 2 . حيث $A \otimes B = A \cap B$, $A \oplus B = (A-B)\cup(B-A)$ لكل $A,B \in P(X)$

==

س2.أ) أوجد كل العناصر القابلة للعكس في الحلقة $Z_{12} \times Z_6$

ب) ليكن J حلقة جزئية من R، و K حلقة جزئية من S برهن أن $J \times K$ حلقة جزئية من $R \times S$

بقية الأسئلة في الصفحة التالية

ليست المشكلة أن تخطئ ،حتى لو كان خطأك جسيماً ،وليست الميزة أن تعترف بالخطأ وتتقبل النصح ،إنما العمل الجبار الذي ينتظرك حقاً هو أن لا تعود للخطأ أبداً.

س3.أجب عن فقرتين فقط:

أ) برهن أنه لا يوجد تشاكل تقابلي بين الحلقتين Z و $Z \times Z_2$

ب) ليكن كلاً من I ، J مثالية من الحلقة R برهن أن المجموعة $I+J$ تكون مثالية من R حيث
$I+J=\{a+b : a \in I, b \in J\}$

ج) إذا كان $(R,+,.)$ نظام جبري يحقق كل شروط الحلقة ما عدا الابدال مع الجمع وكانت R تحتوي على عنصر محايد ضربي من اليمين (أي أن $\forall a \in R \quad a.1_R = a$) برهن أن $(R,+,.)$ يجب أن يكون حلقة.

==

س4.أ)برهن أنه إذا كانت الحلقتين R,S متشاكلتين تقابلياً وكانت R تبديلية فإن S تكون تبديلية أيضاً

ب) ليكن $\varphi : R \to S$ تشاكل حلقي ، $K=\{r \in R : \varphi(r)=0_s\}$ برهن أن K حلقة جزئية من R

==

س5.أ)برهن أن كل حلقة بولية تكون تبديلية ومميزها يساوي 2 (إرشاد: الحلقة R تسمى حلقة بولية إذا كان $a^2 = a$ لكل $a \in R$. ** احسب $(a+a)^2$ بطريقتين ثم ساوي النتيجتين ببعض واتبع نفس الأسلوب بالنسبة إلى $(a+b)^2$)

ب) ليكن a,b عنصرين في حلقة ذات عنصر محايد. برهن أن: إذا كان $a^2=0$ فإن $a-1$ ، $a+1$ قابلين للعكس وكذلك إذا كان a ، b قابلين للعكس فإن ab قابل للعكس.

==

س6.أ) إذا كانت R حلقة تبديلية ذات عنصر محايد ولكل $0 \neq x \in R$ يوجد معكوس وكانت I مثالية من R برهن أن $I=R$

ب) وضح أن الحدودية $f(x)=x^3+3x+2$ في الحلقة $Z_5[x]$ تكون غير قابلة للاختزال.

ج) لتكن R حلقة. أعطِ مثالاً يوضح أن $\deg(f(x).g(x)) \neq \deg(f(x))+\deg(g(x))$ حيث
$f(x),g(x) \in R[x]$

انتهت الأسئلة... تمنياتي للجميع بالنجاح....أ.محمد أحمد موذة 2007/5/5