

اختبار الدور الثاني في مقرر الجبر المجرى 2 لطلاب السنة الرابعة للعام الجامعي 2008 / 2009

الزمن: ساعتان

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية

(8 درجات)

س1.أ) اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المذكورة أمام كل عبارة مما يأتي:

1. المجموعة  $A = \{r_1 + r_2 : r_1, r_2 \in IR\}$  مع عمليتي جمع وضرب الأعداد الحقيقية تكون:  
{ حلقة غير تبديلية - ليست حلقة - مجال - ليست منطقة صحيحة }

2. ليكن  $R = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$  حلقة مع عمليتي الجمع والضرب بمقياس 6 فإن  $\bar{2}$  يكون:  
{ قاسم للصفر - قابل للعكس - عنصر جامد - لاشيء مما نكر }

3. إذا كان  $a$  عنصر جامد في الحلقة  $R$  حيث  $a \neq 1_R, a \neq 0_R$  فإن  $a$  يكون:

{ عديم القوى - قاسم للصفر - قابل للعكس - عدد زوجي. }

4. إذا كانت  $R$  منطقة صحيحة فإن  $\{0_R\}$  تكون:

{ مثالية أولية - مجال - ليست حلقة - مثالية }

ب) اثبت أنه إذا كانت  $U$  هي مجموعة كل العناصر القابلة للعكس في الحلقة التبادلية  $(R, +, \cdot)$  ذات العنصر المحايد

فإن  $U$  تكون زمرة مع عملية الضرب المعرفة على  $R$

(7 درجات)

(10 درجات)

س2.أ) أعط ( إن وجد ) مثالا لكل من:

i) مجال لا يتحقق فيه قانون الحذف. ii) حلقة مميها 15 iii) حلقة تبديلية ولكنها ليست منطقة صحيحة

iv) منطقة صحيحة ليست مجال v) حلقة جزئية وليست مثالية

(5 درجات)

ب) عرف كل من: المجال - المنطقة الصحيحة

س3.أ) إذا كانت الدالة  $\varphi: (\mathbb{C}, +, \cdot) \rightarrow (M_{2 \times 2}, +, \cdot)$  معرفة بالقاعدة  $\varphi(a + ib) = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$  برهن أن  $\varphi$  دالة

(7 درجات)

تشاكل أحادي.

ب) إذا كان  $f: R \rightarrow S$  تشاكل من الحلقة  $R$  إلى الحلقة  $S$  برهن أن:

(8 درجات)

$\ker f = \{r \in R : f(r) = 0_s\}$  تكون مثالية من  $R$

(15 درجة)

س4) فيما يلي إذا كانت العبارة صحيحة برهن وإذا كانت خاطئة أعط مثالا يوضح ذلك:

1. الدالة  $\varphi: IR \rightarrow IR$  المعرفة بـ  $\varphi(x) = |x|$  تكون تشاكل حلقي.

2. ليكن  $f(x) = x$  دالة تشاكل حلقي من الحلقة  $R$  إلى الحلقة  $S$  فإذا كانت  $I$  مثالية من  $R$  فإن  $f(I)$  مثالية من  $S$ .

3. إذا كان  $I_1, I_2$  مثاليين من الحلقة  $R$  فإن  $I_1 \cup I_2$  مثالية من  $R$

4.  $(7\mathbb{Z}, +, \cdot)$  حلقة جزئية من الحلقة  $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$

س5.أ) ليكن كل من  $I = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}\}$  ،  $J = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}\}$  مثالية من الحلقة  $Z_{12}$  وضح ما إذا كان كلا من  $I, J$

(8 درجات)

مثالية عظمى ومثالية أولية.

(7 درجات)

ب) برهن أن  $(Z_n, +_n, \times_n)$  تكون منطقة صحيحة إذا وإذا كان فقط  $n$  عدد أولي

انتهت الأسئلة..... مع تمنياتي للجميع بالتوفيق .....

المحاضر الدكتور محمد عبد الوهاب