

الجمهورية العربية الليبية الشعبية الاشتراكية العظمى

اللجنة الشعبية العامة للتعليم

جامعة المرقب كلية الآداب والعلوم - زليتن

قسم الرياضيات

الاختبار الأول في مقرر الجبر المجرد 2 لطلاب السنة الثانية للعام الجامعي 2008 / 2009

الزمن: ساعة ونصف

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية

س1. أ) عرف: الحلقة - المنطقة الصحيحة

ب) إذا كانت  $R$  حلقة تبديلية ذات عنصر محايد و كان  $r \in R$  عنصر معدوم القوى برهن أن

$xr$  يكون معدوم القوى لكل  $x \in R$

س2. أ) إذا كانت  $R$  منطقة صحيحة، هل  $R \times R$  منطقة صحيحة؟ برهن صحة ما تقول.

ب) إذا كانت  $R$  حلقة و كان  $a, b \in R$  احسب  $(a+b)^2$

ج) برهن أن  $Z_n$  تكون منطقة صحيحة إذا وإذا كان فقط  $n$  عدد أولي.

س3. أ) برهن أنه في المنطقة الصحيحة يكون العنصر الوحيد المعدوم القوى هو الصفر.

ب) إذا كانت  $R$  حلقة برهن أن المجموعة  $c(a) = \{r \in R : ra = ar\}$  تكون حلقة جزئية من  $R$

س4. أ) إذا كانت  $R$  حلقة تبديلية ذات عنصر محايد بما بعض العناصر القابلة للعكس وكانت  $I$

مثالية من  $R$  تحتوي على عنصر قابل للعكس برهن أن  $R = I$

ب) إذا كان  $f : R \rightarrow S$  تشاكل من الحلقة  $R$  إلى الحلقة  $S$  برهن أن:

$\ker f = \{r \in R : f(r) = 0_s\}$  تكون مثالية من  $R$

س5. أ) إذا كانت  $R$  حلقة تبديلية ذات عنصر محايد وكانت  $I$  مثالية من  $R$  برهن أن  $R/I$

منطقة صحيحة إذا وإذا كان فقط  $I$  مثالية أولية.

ب) برهن أن مميز المنطقة الصحيحة يكون صفر أو عدد أولي.

انتهت الأسئلة ..... مع تمنياتي للجميع بالنجاح .....  
2009.3.11