

الجمهورية العربية الليبية الشعبية الاشتراكية العظمى
اللجنة الشعبية العامة للتعليم العالي

جامعة المرزوق

كلية الآداب والعلوم - زليتن

قسم الرياضيات

الاختبار الثالث في مقرر الجبر المجرد لطلاب السنة الثالثة بقسم الرياضيات للعام الجامعي 2007 / 2008

الزمن: 8:00 - 10:00

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية

س1.أ. عرف كلاً من: الحلقة - مميز الحلقة - المثالية.

ب. لتكن $(R,+)$ زمرة تبديلية ، 0_R العنصر المحايد لعملية الجمع ولتكن \times عملية معرفة على R كالتالي: $a \times b = 0_R$ لكل $a, b \in R$ برهن أن $(R,+, \times)$ تكون حلقة.

س2.أ. إذا كان a قاسماً للصفر في الحلقة التبديلية R برهن أن ac قاسم للصفر في R حيث $c \in R$
ب. برهن أن الحلقة $(R,+, \cdot)$ تكون تبديلية إذا وإذا كان فقط $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ لكل $a, b \in R$

س3.أ. إذا كان $f: R \rightarrow S$ تشاكل حلقي فوقي وكانت I مثالية من R برهن أن: $f(I)$ مثالية من S
ب. لتكن $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & d \end{bmatrix} : a, b, d \in \mathbb{IR} \right\}$. برهن أن: $\langle S, +, \cdot \rangle$ حلقة جزئية من الحلقة $\langle M_2(\mathbb{IR}), +, \cdot \rangle$.

س4.أ. إذا كان كلاً من H, K, J مثالية من الحلقة R برهن أن $H \cap K \cap J$ مثالية من R
ب. برهن أن أي مجال يكون منطقة صحيحة.

س5.أ. أعطِ (إن وجد) مثلاً لكل من: (i) مجال لا يتحقق فيه قانون الحذف. (ii) حلقة مميزها 10
(iii) حلقة تبديلية ولكنها ليست منطقة صحيحة (iv) منطقة صحيحة ليست مجال (v) حلقة جزئية وليست مثالية
ب. إذا كانت R منطقة صحيحة برهن أن $\{0\}$ مثالية أولية.

س6.أ. إذا كان $\varphi: Z \rightarrow Z$ دالة تشاكل حلقي فوقي برهن أن $\varphi(2) = 2$
ب. ليكن a, b عنصرين في حلقة ذات عنصر محايد برهن أنه إذا كان $a^2 = 0$ فإن $a - 1$ ، $a + 1$ قابلين للعكس