

اختبار الدور الثاني للسنة الرابعة بقسم الرياضيات في مقرر الجبر المجرد 2 للعام الجامعي 2009 - 2010

في هذا الاختبار 5 أسئلة والمطلوب الإجابة على جميع الأسئلة. الزمن: ساعتان فقط من 12:00 إلى 02:00 غير مسموح باستعمال الآلة الحاسبة ويمنع اصطحاب المذكرات وكل ما له علاقة بالمقرر داخل قاعة الامتحان. تكون الإجابة في نفس أوراق الأسئلة وفي الفراغ المعد لذلك. الكتابة تكون بقلم الحبر الجاف ولن يعتد بالإجابة المكتوبة بقلم الرصاص.

تمنيتي للجميع بالتوفيق والنجاح..... (أ. محمد أحمد عواد)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

(قَالَ رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي ° وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي ° وَاحْلُلْ عُقْدَةً مِنْ لِسَانِي ° يَفْقَهُوا قَوْلِي)

صدق الله العظيم

س 1. أ. ضع علامة ✓ أمام العبارة الصحيحة وعلامة × أمام العبارة الخاطئة:

- (1) إذا كانت R منطقة صحيحة فإنه لكل $x \in R, x \neq 0$ يوجد $x^{-1} \in R$ بحيث $xx^{-1} = 1$
- (2) إذا كانت S حلقة جزئية من حلقة R تحتوي عنصر محايد فإن S تحتوي أيضاً على عنصر محايد.
- (3) الحلقة $(Z_9, +_9, \times_9)$ تحتوي على قواسم للصفر.
- (4) كل مجال يكون منطقة صحيحة.
- (5) إذا كانت R منطقة صحيحة وكان $a, b, c \in R$ فإن $ac = ab$ يؤدي إلى أن $c = b$ لكل $a \neq 0$

ب. أعط (إن وجد) مثلاً لكل من:

(i) حلقة لا يتحقق فيها قانون الحذف.

(ii) حلقة ليست تبديلية تحتوي على عنصر محايد

(iii) حلقة تبديلية ذات عنصر محايد ولكنها ليست منطقة صحيحة.

(iv) منطقة صحيحة منتهية ليست مجال.

(v) مثالية من حلقة ولكنها ليست حلقة جزئية منها.

س2.أ. إذا كان كلا من I ، J مثالية من الحلقة R برهن أن المجموعة $I + J$ تكون مثالية من R حيث

$$I + J = \{a + b : a \in I, b \in J\}$$

ب. إذا كانت R حلقة تحتوي على الأقل عنصرين ولكل عنصر غير صفري $a \in R$ يوجد عنصر وحيد $b \in R$ حيث $aba = a$. برهن أن R لا تحتوي على قواسم للصفر.

س3.أ. اثبت أنه إذا كانت U هي مجموعة كل العناصر القابلة للعكس في الحلقة التبديلية $(R, +, \cdot)$ ذات العنصر المحايد
فإن U تكون زمرة مع عملية الضرب المعرفة على R .
ب. أوجد كل المثاليات من الحلقة $(Z_{16}, +_{16}, \cdot_{16})$

س4.أ. إذا كانت R حلقة برهن أن المجموعة $c(a) = \{r \in R: ra = ar\}$ تكون حلقة جزئية من R

ب. إذا كان A_i مثالية من الحلقة R لكل $i \in I$ برهن أن $\bigcap_{i \in I} A_i$ مثالية من R

س5.أ.إذا كانت $R = \{a + b\sqrt{2} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ حلقة مع عمليتي الجمع والضرب. برهن أن $\varphi : R \rightarrow R$ تشاكل حلقي تقابلي حيث $\varphi(a + b\sqrt{2}) = a - b\sqrt{2}$
ب. إذا كانت $\varphi : R \rightarrow S$ دالة تشاكل حلقي، و M مثالية من الحلقة S برهن أن $\varphi^{-1}(M)$ مثالية من الحلقة R

انتهت الأسئلة.....تمنياتي للجميع بالتوفيق...
2010/6/22