المعهد العالي لإعداد المعلمين - زليتن

امتحان الدور الأول في مقرر الجبر المجرد II للسنة الرابعة بقسم الرياضيات للعام الجامعي 2002 – 2003

أجب عن جميع الأسئلة التالية: الزمن: ساعتان ونصف

س1. أ) إذا كانت الدالة $\varphi:(C,+,.)\to(M_{2\times2},+,.)$ معرفة بالقاعدة $\varphi(a+ib)=\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$ اثبت أن φ تشاكل ،ثم بين أن $(C,+,.)$ تشاكل حقل جزئي من الحلقة $(M_{2\times2},+,.)$

ب) إذا كانت D منطقة مثاليات أساسية وكان P عنصر غير قابل للاختزال بحيث $p|a.b$ فإن $p|a$ أو $p|b$

س2. أ) إذا كان $(F,+,.)$ حقل اثبت أن $(F[x],+,.)$ منطقة مثاليات أساسية.

ب) أذكر مبرهنة أويلر مع الاثبات.

ج) برهن أنه إذا كان N مثالي في الحلقة $Z\times Z$ فإن $N=kZ\times lZ$

س3. أ) ناقش مدى صحة العبارة التالية:إذا كانت D منطقة مثاليات أساسية فإن D(x) منطقة مثاليات أساسية.

ب) لتكن R حلقة تبديلية وليكن $N=\{a\in R:\exists n\in Z^{+},a^{n}=0\}$ اثبت أن N مثالي.

س4. أ) ليكن $(R,+,.)$ حلقة تبديلية ذات عنصر محايد اثبت أن R حقل $\Leftrightarrow$ R لا تحوي مثالي فعلي غير بديهي

ب) اثبت أن مميز المنطقة الصحيحة إما أن يكون صفراً أو عدداً أولياً

س5) ليكن R حلقة وليكن char R = n حيث n > 0 وليكن $S=IR\times Z_n$ وإذا كان:

(a,k)+(b,m)=(a+b,k+m)

(a,k).(b,m)=(a.b+k.b+m.a,km)

اثبت أن: i) S حلقة ذات عنصر محايد

ii) الدالة $\varphi:R\to S$ المعرفة بالقاعدة $\varphi(a)=(a,0)$ تمثل تشاكل أحادي في الحلقات

iii) ما هي النتيجة التي يمكن الحصول عليها من هذا التمرين

انتهت الأسئلة ..... مع تمنياتي للجميع بالتوفيق .... أ. فرحات امحمد أبوحلفاية