بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

(قَالَ رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي ◦ وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي ◦ وَاحْلُلْ عُقْدَةً مِنْ لِسَانِي ◦ يَفْقَهُوا قَوْلِي)

الجماهيرية العربية الليبية الشعبية الاشتراكية العظمى
اللجنة الشعبية العامة للتعليم العالي
جامعة المرقب كلية الآداب والعلوم - زليتن قسم الرياضيات

اختبار الدور الأول في مقرر الجبر المجرد لطلاب السنتين الثانية والثالثة للعام الجامعي 2007/2006

أجب عن **4** أسئلة فقط من الأسئلة التالية: الزمن: **3** ساعات

س**1**. أ) ضع علامة $\sqrt{}$ أمام العبارة الصحيحة وعلامة $\times$ أمام العبارة الخاطئة: **[13 درجة]**

1) إذا كان R منطقة صحيحة منتهية فإنه لكل $0 \neq x \in R$ يوجد $x^{-1} \in R$ بحيث $xx^{-1} = 1$

2) $\{0\}$ مثالية أولية من الحلقة $(Z,+,\times)$ **3**) توجد دالة تشاكل بين أي حلقتين.

4) إذا كانت S حلقة جزئية من الحلقة التبديلية R ذات العنصر المحايد فإن S تحتوي أيضاً على عنصر محايد

5) زمرة التباديل S_2 ليست دورية **6**) العنصر **1** في الزمرة $(Z,+)$ رتبته تساوي **0**

7) إذا كانت الزمرة غير منتهية فإن جميع عناصرها عدا العنصر المحايد تكون لا نهائية الرتبة.

8) كل زمرة جزئية من زمرة غير دورية تكون غير دورية. **9**) التبديل $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ رتبته **5**

10) $(Q,+) \not\cong (Z,+)$ لأن $\frac{1}{2} \in Q$ بينما $\frac{1}{2} \notin Z$ **11**) كل حلقة تكون زمرة مع العمليتين المعرفتين عليها.

12) إذا كانت R حلقة وكان $a,b,c \in R$ فإن $ac = ab$ يؤدي إلى أن $c = b$ لكل $a \neq 0$

13) الزمرة الدورية لا يمكن أن تتشاكل تقابلياً مع زمرة غير تبديلية

ب) ليكن $\varphi(x) = x$ دالة تشاكل حلقي من الحلقة R إلى الحلقة S فإذا كانت I مثالية من R فهل من الضروري أن تكون $\varphi(I)$ مثالية من S ؟ برهن صحة ما تقول. **[2 درجتان]**

س**2**.أ. أعطِ (إن وجد) مثالاً لكل من: **[12 درجة]**

1) حلقة جزئية $S \neq \{0\}$ من حلقة R لا تحتوي على عنصر محايد ولكن S تحتوي على عنصر محايد.

2) مثالية غير أولية **3**) مثالية ليست حلقة جزئية. **4**) زمرة دورية غير متشاكلة تقابلياً مع زمرة غير تبديلية .

5) حلقة تبديلية ذات عنصر محايد تحتوي على عنصر واحد فقط. **6**) منطقة صحيحة ليست مجال

ب. عرف كلاً من: المجال – مميز الحلقة **[3 درجات]**

الرياضيات ملكة العلوم وعلم الجبر فيها هو الجوهرة على تاج الملكة

الرياضيات أم العلوم ورمزها المبجل تتبارى العلوم الأخرى في الاقتراب منها والتسلح بلغتها

س**3**.أ. عرف الزمرة الدورية ثم برهن أن كل زمرة دورية يجب أن تكون زمرة تبديلية. [6 درجات]

ب. برهن أن: إذا كان φ تشاكل زمري فإن φ تشاكل أحادي إذا وإذا كان فقط $\ker(\varphi)=\{e\}$ **[**5 درجات**]**

ج.ليكن F مجال برهن أن: العناصر القابلة للعكس في الحلقة $F[x]$ هي العناصر القابلة للعكس في المجال F **[**4 درجات**]**

س**4**.أ. ليكن $R=\{a+b\sqrt{2}:a,b\in Q\}$ حلقة مع عمليتي الجمع والضرب.

برهن أن $\varphi:R\to R$ تشاكل حلقي تقابلي حيث $\varphi(a+b\sqrt{2})=a-b\sqrt{2}$ **[**5 درجات**]**

ب. إذا كان كلاً من $\varphi:G_1\to G_2$ ،و $\theta:G_2\to G_3$ دالة تشاكل زمري برهن أن $\theta\circ\varphi:G_1\to G_3$ تكون دالة تشاكل زمري ايضاً. **[**4 درجات**]**

ج.ليكن $\varphi:R\to S$ تشاكل حلقي ،فإذا كانت M مثالية من الحلقة S برهن أن $\varphi^{-1}(M)$ مثالية من الحلقة R [6 درجات**]**

س**5**.أ. إذا كانت الزمرة $(Z_8,+_8)$ هي المجموعة $Z_8=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ مع عملية الجمع بمقياس **8** فأوجد كل مولدات Z_8 ورتبة العنصر **2** ومعكوس العنصر **3** والزمر الجزئية من Z_8 **[**6 درجات**]**

ب) إذا كانت G زمرة ما حيث أن $(ab)^2=a^2b^2$ لجميع $a,b\in G$ برهن أن G تبديلية. **[**4 درجات**]**

ج. بين أي من الدوال التالية تكون تشاكل حلقي؟ علل إجابتك. **[**5 درجات**]**

$\varphi:\mathbb{C}\to IR:\varphi(a+ib)=a$ ،و $\varphi:IR\to IR:\varphi(x)=|x|$ ،و $\varphi:Z\to IR:\varphi(x)=x$

س**6**.أ. ليكن J حلقة جزئية من R ،و K حلقة جزئية من S برهن أن $J\times K$ حلقة جزئية من $R\times S$ **[**5 درجات**]**

ب. إذا كان $\{A_i\}_{i\in I}$ عائلة من المثاليات من الحلقة R برهن أن $\bigcap_{i\in I}A_i$ مثالية من R . **[**5 درجات**]**

ج. عرف كلاً من: الزمرة ، التشاكل الزمري ، رتبة العنصر **[**5 درجات**]**

انتهت الأسئلة..... تمنياتي للجميع بالنجاح بتفوق أ.محمد أحمد مؤيد 2007/5/30

إننا إذا استعرضنا الرياضيات استعراضاً صحيحاً ،لما وجدنا فيها الحقيقة وحسب ،بل وجدنا جمالاً سامياً أيضاً ،جمال البرودة والقسوة والصرامة. إنه جمال فيه الصفاء والسناء والمقدرة على بلوغ الكمال الذي لا يُتاح إلا لأعظم الفنون.