

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

( قَالَ رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي . وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي . وَاحْلُلْ عُقْدَةً مِنْ لِسَانِي . يَفْقَهُوا قَوْلِي )

الجمهورية العربية الليبية الشعبية الاشتراكية العظمى

اللجنة الشعبية العامة للتعليم العالي

جامعة المرقب كلية الآداب والعلوم - زليتن قسم الرياضيات

اختبار الدور الأول في مقرر الجبر المجرد لطلاب السنة الثانية للعام الجامعي 2008/2007

===== الزمن: ساعتان ونصف =====

أولاً: أجب عن السؤالين الأول والثاني

س1. ضع علامة  $\checkmark$  أمام العبارة الصحيحة وعلامة  $\times$  أمام العبارة الخاطئة مع التعليل (غير مطلوب

منك برهان، يكفي ذكر مُبرر مناسب أو تعريف أو مبرهنة : (15 درجة)

1. كل زمرة رتبها 19 تكون تبديلية.

2. كل مجموعة جزئية من زمرة دورية هي زمرة جزئية مع العملية المعرفة على الزمرة.

3.  $S_n$  ليست دورية لأي  $n > 1$

4. الدالة  $\varphi: G \rightarrow G'$  تكون تشاكل زمري تقابلي إذا وإذا كان فقط  $\varphi$  دالة أحادية وفوقية.

5. أي زمرتين ذات ثلاثة عناصر متشاكلتين تقابلياً.

7. في الحلقة التبديلية  $R$  لا يوجد عنصر له معكوس ضربى يكون قاسماً للصفر.

س2. فيما يلي إذا كانت العبارة صحيحة برهن وإذا كانت خاطئة أعطِ مثالاً يوضح ذلك. (15 درجة)

1. كل زمرة جزئية من الزمرة التبديلية  $G$  تكون زمرة جزئية ناظمية من  $G$

2. الضرب المباشر لمنطقتين صحيحتين يكون منطقة صحيحة.

3. مجموعة التباديل الفردية في  $S$  لا تكون زمرة جزئية من  $S$ .

4. كل زمرتين منتهيتين لهما نفس عدد العناصر متشاكلتين تقابلياً.

5. لتكن  $R$  حلقة تبديلية ذات عنصر محايد فإذا وجد عنصر  $a \in R$  له معكوس في  $R$  فإن  $R$  تكون

مجال.

ثانياً: أجب عن 3 أسئلة فقط من الأسئلة التالية: (لكل سؤال 10 درجات)

س3. ضع خط تحت الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المذكورة أمام كل عبارة:

1. تقاطع المناطق الجزئية الصحيحة من منطقة صحيحة  $R$  : { يكون منطقة صحيحة - يكون مجال

- ليس من الضروري أن يكون منطقة صحيحة - لا شيء مما سبق }

2. حل المعادلة  $2 \times x = 10$  في الزمرة  $(Z, +)$  هو: {  $\phi$  أو 5 أو 8 }

3. إذا كانت  $R$  حلقة حيث  $r^2 = r$  لكل  $r \in R$  فإن: {  $\exists a \in R : 2a = 0$  أو  $a + a = 0 \forall a \in R$  }

أو لا شيء مما سبق }

4. صفة الإبدال في الزمرة: { صفة بنوية - ليست صفة بنوية - صفة بنوية فقط عندما تكون الزمرة

دورية - لا شيء مما سبق }

5. المنطقة الصحيحة غير المنتهية تكون: { مجال - ليست مجال - لا تحتوي على عنصر محايد -

لا شيء مما سبق }

س4. أ. برهن أن مجموعة العناصر عديمة القوى في الحلقة التبادلية  $R$  تكون مثالية من  $R$ .

ب. برهن أن العنصر المحايد في أي زمرة جزئية من زمرة  $G$  هو العنصر المحايد في  $G$ .

س5. ليكن  $R = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ b & c \end{bmatrix} : a, b, c \in \mathbb{IR} \right\}$  حلقة مع عمليتي جمع وضرب المصفوفات وليكن

$I = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b & 0 \end{bmatrix} : b \in \mathbb{IR} \right\}$  برهن أن  $I$  مثالية من  $R$  ثم برهن أنه توجد دالة تشاكل فوقية

$\varphi : R \rightarrow \mathbb{IR} \times \mathbb{IR}$  ثم أوجد  $\ker(\varphi)$

س6. أ. ليكن  $R$  حلقة حيث  $r^2 = r$  لكل  $r \in R$  برهن أن  $R$  حلقة تبادلية.

ب. برهن أن الدالة  $\varphi : R \rightarrow F_D$  المعرفة بـ  $\varphi(a) = [(a, 1)] \forall a \in R$  تكون تشاكل أحادي حيث  $F_D$

هو مجال كسور المنطقة الصحيحة  $R$ .

س7. أ. برهن أن المجموعة  $H = \left\{ \frac{1+2n}{1+2m} : n, m \in \mathbb{Z} \right\}$  تكون زمرة جزئية من الزمرة  $(Q^*, \times)$  حيث  $Q^*$

مجموعة الأعداد القياسية ما عدا الصفر.

ب. ليكن  $I$  مثالية من الحلقة التبادلية  $R$  ذات العنصر المحايد برهن أنه إذا كانت  $I$  مثالية أولية فإن  $R/I$

تكون منطقة صحيحة.