الجماهيرية العربية الليبية الشعبية الاشتراكية العظمى

اللجنة الشعبية العامة للتعليم العالي

جامعة المرقب

كلية الآداب والعلوم – زليتن

قسم الرياضيات

اختبار الدور الثاني في مقرر الجبر المجرد لطلاب السنة الثانية للعام الجامعي 2008/2007

========================== **الزمن: ساعتان وربع** ==========================

أولاً: أجب عن السؤال التالي:

س1. ضع علامة √ أمام العبارة الصحيحة وعلامة × أمام العبارة الخاطئة. **(20درجة)**

1. $(Q^*,\times)$ زمرة جزئية من $(Q^*,+)$
2. كل زمرة جزئية من زمرة تبديلية لابد أن تكون ناظمية
3. التباديل الزوجية في الزمرة S_5 تكون زمرة جزئية من S_5 مع نفس العملية المعرفة على S_5
4. إذا كان $\sigma \in S_5$ فإن $|\sigma| \le 5$
5. لاتوجد زمرة دورية غير منتهية مولدة بثلاثة عناصر
6. $(IR,+)$ ليست زمرة دورية
7. بعض الزمر الدورية تتشاكل تقابلياً مع زمر غير تبديلية
8. رتبة العنصر 0 في الزمرة $(Z,+)$ هي 1
9. العنصر 1 في الزمرة $(Z,+)$ رتبته تساوي 0
10. إذا كان $\varphi : G \to G'$ دالة تشاكل زمري فإن $\varphi((ab)^2) = \varphi(a^2)\varphi(b^2)$
11. التبديل $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ رتبته 5
12. A_2 تحتوي على عنصر واحد فقط.
13. كل حلقة لها محايد ضربي.
14. $I = \{0,4,8\}$ مثالية أولية من الحلقة $(Z_{12},+_{12},\times_{12})$
15. الحلقة $(Z_6,+_6,\times_6)$ لها المميز 6
16. في الحلقة في الحلقة $(Z,+,\times)$ كل حلقة جزئية تكون مثالية.
17. في كل حلقة غير صفرية يكون 0 قاسماً للصفر.
18. إذا كانت R حلقة وكان $a,b \in R$ فإن $ac = ab$ يؤدي إلى أن $c = b$ لكل $a \neq 0$
19. الزمرتين $(Z,+)$ ، $(13Z,+)$ غير متشاكلتين تقابلياً لأن $2 \in Z$ بينما $2 \notin 13Z$
20. إذا كان $\varphi : Z \to Z$ دالة تشاكل حلقي فوقي فإن $\varphi(0) = 1$

ثانياً: أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية: **(لكل سؤال 10 درجات)**

س2.أ. برهن أن الزمرتين $(IR,+)$ ،و $(IR^{+},\times)$ متشاكلتين تقابلياً.

ب. ليكن كلاً من N,M زمرة جزئية ناظمية من الزمرة G برهن أن $M\bigcap N$ زمرة جزئية ناظمية من G

س3.أ.عرف كلاً من: الحلقة الجزئية – المجال

ب. برهن أن مميز المنطقة الصحيحة يكون صفر أو عدد أولي.

س4.أ. عرف كلاً من: الزمرة – نواة التشاكل الحلقي

ب. ليكن $I=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}: a,b\in IR\right\}$ ، $R=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix}: a,b,c\in IR\right\}$ برهن أن:

$(I,+,\times)$ مثالية من الحلقة $(R,+,\times)$

س5.أ. إذا كانت R حلقة تبديلية ذات عنصر محايد وكانت I مثالية من R برهن أن R/I منطقة صحيحة إذا وإذا كانت فقط I مثالية أولية.

ب. إذا كان $f:R\rightarrow S$ تشاكل حلقي برهن أنه إذا كانت M حلقة جزئية من S فإن $f^{-1}(M)$ حلقة جزئية من R

س6. أ.برهن أن كل حلقة جزئية من الحلقة $(Z,+,.)$ تكون مثالية .

ب. ليكن * عملية ثنائية معرفة على المجموعة Q^{+} كالتالي: $a*b=\dfrac{ab}{3}$ لكل $a,b\in Q^{+}$

برهن أن $(Q^{+},*)$ زمرة.

س7.أ. إذا كانت الدالة $\varphi:(\mathbb{C},+,.)\rightarrow(M_{2\times2},+,.)$ معرفة بالقاعدة $\varphi(a+ib)=\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$

برهن أن φ دالة تشاكل حلقي.

ب. **أعطِ (إن وجد) مثالاً لكل من:**

1) مثالية غير أولية 2) مثالية ليست حلقة جزئية. 3) زمرة دورية متتشاكلة تقابلياً مع زمرة غير تبديلية .

4) حلقة تبديلية ذات عنصر محايد تحتوي على عنصر واحد فقط. 5) منطقة صحيحة ليست مجال

انتهت الأسئلة ...... تمنياتي للجميع بالتوفيق...... أ. محمد أحمد مجود......2008/7/5