



اختبار الدور الثاني (تكميلي) في الجبر المجرى لطلاب السنة الرابعة للعام الجامعي 2008/2007

===== الزمن: ساعتان وربع =====

أولاً: أجب عن السؤال التالي:

س1. ضع علامة  $\surd$  أمام العبارة الصحيحة وعلامة  $\times$  أمام العبارة الخاطئة. (40 درجة)

1.  $(Q^*, \times)$  ليست زمرة جزئية من  $(Q^*, +)$
2. كل زمرة جزئية من زمرة دورية لا بد أن تكون ناظمية
3. التباديل الزوجية في الزمرة  $S_3$  تكون زمرة جزئية من  $S_3$  مع نفس العملية المعرفة على  $S_3$
4. إذا كان  $\sigma \in S_5$  فإن  $|\sigma| \leq 5$
5. لا توجد زمرة دورية غير منتهية مولدة بثلاثة عناصر
6.  $(Q^+, \times)$  ليست زمرة دورية
7. بعض الزمر الدورية تتشاكل تقابلياً مع زمرة غير تبديلية
8. رتبة العنصر 0 في الزمرة  $(Z, +)$  هي 1
9. العنصر 1 في الزمرة  $(Z, +)$  رتبته تساوي 0
10. إذا كان  $\varphi: G \rightarrow G'$  دالة تشاكل زمري فإن  $\varphi((ab)^2) = \varphi(a^2)\varphi(b^2)$
11. التبديل  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  رتبته 5
12.  $A_2$  تحتوي على عنصر واحد فقط.
13. كل حلقة لها محايد ضربي.
14.  $I = \{0, 4, 8\}$  مثالية أولية من الحلقة  $(Z_{12}, +_{12}, \times_{12})$
15. الحلقة  $(Z_6, +_6, \times_6)$  لها المميز 6
16. في الحلقة في الحلقة  $(Z, +, \times)$  كل حلقة جزئية تكون مثالية.
17. كل حلقة تبديلية تحتوي على عنصر محايد.
18. إذا كانت  $R$  حلقة وكان  $a, b \in R$  فإن  $ac = ab$  يؤدي إلى أن  $c = b$  لكل  $a \neq 0$
19. الزمرتين  $(Z, +)$ ،  $(13Z, +)$  غير متشاكلتين تقابلياً لأن  $2 \in Z$  بينما  $2 \notin 13Z$
20. إذا كان  $\varphi: Z \rightarrow Z$  دالة تشاكل حلقي فوقي فإن  $\varphi(0) = 1$

ثانياً: أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية: (لكل سؤال 15 درجة)

س2 أ) أعطِ ( إن وجد ) مثلاً لكل من:

(i) حلقة لا يتحقق فيها قانون الحذف.

(ii) حلقة ليست تبديلية.

(iii) حلقة ليست منطقة صحيحة.

(iv) منطقة صحيحة ليست مجال.

(v) منطقة صحيحة لا يتحقق فيها قانون الحذف.

(vi) حلقة جزئية وليست مثالية.

س3. أ) إذا كان  $\varphi: R \rightarrow S$  تشاكل حلقي برهن أن:  $\ker(\varphi) = \{0\}$  إذا وإذا كان فقط  $\varphi$  تشاكل أحادي.

ب) برهن أن نواة أي تشاكل حلقي دائماً تمثل مثالي.

س4. أ) برهن أن المجموعة  $S = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} : a \in \mathbb{IR} \right\}$  تكون حلقة جزئية من الحلقة  $(M_{2 \times 2}(\mathbb{IR}), +, \cdot)$  ثم وضح ما إذا كانت المجموعة  $S$  المذكورة أعلاه تكون منطقة صحيحة؟ وهل تكون مجال؟ ولماذا؟

(ب) برهن أن  $Z_n$  تكون منطقة صحيحة إذا وإذا كان فقط  $n$  عدد أولي

س5.أ) عرف كل من: الزمرة - نواة التشاكل - الزمرة الجزئية

(ب) برهن أن كل زمرة دورية يجب أن تكون زمرة تبديلية.

س6.أ. إذا كان  $K, H$  زميرتين جزئيتين من الزمرة  $G$  برهن أن  $K \cap H$  زمرة جزئية من  $G$ .

ب) إذا كانت  $G$  زمرة بحيث  $(ab)^2 = a^2b^2$  لكل  $a, b \in G$ . برهن أن  $G$  تبديلية.

س7.أ. عرف رتبة العنصر في الزمرة. وإذا كان  $a$  عنصراً في الزمرة  $G$  رتبته  $m$  برهن أن  $a^n = e$  إذا وإذا كان فقط

$$m|n$$

ب) ليكن  $*$  عملية معرفة على  $\mathbb{R}/\{-1\}$  بالقاعدة  $a * b = a + b + ab$  لكل  $a, b \in \mathbb{R}/\{-1\}$   
برهن أن:  $(\mathbb{R}/\{-1\}, *)$  تكون زمرة تبديلية.

س8) أعطِ ( إن وجد ) مثلاً مناسباً لكل فقرة مما يلي:

(i) زمرة غير منتهية مولدة بأربعة عناصر

(ii) زمرة غير تبديلية من الرتبة 7

(iii) زمرة غير دورية من الرتبة 6

(iv) عملية ثنائية تنسيقية غير تبديلية

(v) زمرة دورية رتبتهـا 21

انتهت الأسئلة ..... تمنياتي للجميع بالتوفيق ..... ر. محمد عمر محمود 2008/7/10