

جامعة المرقب

والعلوم - زليتن  
الرياضيات



كلية الآداب  
قسم

اختبار الدور الأول في مقرر الجبر المجرى لطلاب السنة الثانية/العام الجامعي 2008 - 2009 (الزمن: ساعتان ونصف)  
أجب عن جميع الأسئلة التالية:

س1. أ. هل المجموعة  $G = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} : ad - bc \neq 0, a, b, c, d \in \mathbb{Z} \right\}$  مع عملية ضرب المصفوفات تكون زمرة أم لا؟  
برهن صحة ما تقول.

ب. إذا كان  $G = \mathbb{Q} - \{0\}$  ،  $H = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$  برهن أن  $(H, \times)$  زمرة جزئية من الزمرة  $(G, \times)$   
ج. إذا كانت  $R$  حلقة تبديلية ذات عنصر محايد و  $a \in R$  عنصر جامد بحيث  $a \neq 0, a \neq 1$  برهن أن  $R$  ليست منطقة صحيحة.

س2. أ. أوجد كل مولدات الزمرة  $(\mathbb{Z}_8, +_8)$  وكذلك كل زمرة الجزئية.  
ب. أذكر نص المبرهنة الأساسية للتشاكل الزمري.  
ج. أوجد رتبة العنصر  $(1,5)$  في الزمرة  $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_6$

س3. أ. إذا كانت  $R$  حلقة تبديلية ذات عنصر محايد وكانت  $I$  مثالية من  $R$  برهن أن:  
 $R/I$  منطقة صحيحة إذا وإذا كان فقط  $I$  مثالية أولية.  
ب. برهن أن الدالة  $\varphi: R \rightarrow F_D$  المعرفة بـ  $\varphi(a) = [(a,1)] \quad \forall a \in R$  تكون تشاكل أحادي حيث  $F_D$  هو مجال كسور المنطقة الصحيحة  $R$ .

س4. أ. إذا كان  $f(x), g(x) \in R[x]$  حيث  $\deg(f(x)) = n$  و  $\deg(g(x)) = m$  برهن أن:  
 $\deg(f(x).g(x)) \leq n + m$   
ب. إذا كانت  $(R, +, \cdot)$  منطقة صحيحة منتهية برهن أنها تكون مجال.

س5. أ. برهن أن  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  حلقة مثاليات رئيسية.  
ب. إذا كان كلا من  $I = \{0, 4, 8\}$  ،  $J = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$  مثالية من الحلقة  $\mathbb{Z}_{12}$  وضح ما إذا كان كلا من  $I, J$  مثالية عظمى ومثالية أولية.