

الجمهورية العربية الليبية الشعبية الاشتراكية العظمى

اللجنة الشعبية العامة للتعليم

جامعة المرقب

والعلوم - زيتن



كلية الآداب

الرياضيات

قسم

اختبار الدور الثاني في مقرر الجبر المجرد لطلاب السنة الثانية/العام الجامعي 2008 - 2009 (الزمن: ساعتان ونصف)  
أجب عن جميع الأسئلة التالية:

س1. أ. إذا كانت  $G = \mathbb{Q} - \{0\}$  ،  $H = \{2^n : n \in \mathbb{Z}\}$  برهن أن  $(H, \times)$  زمرة جزئية من الزمرة  $(G, \times)$   
ب. إذا كان  $(R, +, \cdot)$  حلقة و  $C(R) = \{x \in R : r \cdot x = x \cdot r \ \forall r \in R\}$  مركز الحلقة  $(R, +, \cdot)$  برهن أن:  
 $(C(R), +, \cdot)$  حلقة جزئية من الحلقة  $(R, +, \cdot)$ .

س2. أ. أوجد كل مولدات الزمرة  $(\mathbb{Z}_{10}, +_{10})$  وكذلك كل زمورها الجزئية.

ب. إذا كان كلاً من  $\varphi: R \rightarrow S$  ،  $\theta: S \rightarrow T$  دالة تشاكل حلقي برهن أن:

(i)  $\forall n \in \mathbb{N} \ \varphi(a^n) = (\varphi(a))^n$  حيث  $a \in R$  (ii)  $\theta \circ \varphi: R \rightarrow T$  دالة تشاكل حلقي

س3. إذا كان  $\oplus$  ،  $\otimes$  عمليتين ثنائيتين معرفتين على مجموعة الأعداد الصحيحة  $\mathbb{Z}$  كالتالي:

$a \oplus b = a + b - 1$  ،  $a \otimes b = ab - (a + b) + 2$  برهن أن:  $(\mathbb{Z}, \oplus, \otimes)$  تكون منطقة صحيحة.

س4. إذا كان  $(R, +, \cdot)$  حلقة، و  $\varphi: R \rightarrow R \times R$  دالة معرفة بـ  $\varphi(r) = (r, 0_R)$  لكل  $r \in R$

برهن أن  $\varphi$  دالة تشاكل حلقي. ثم وضح ما إذا كان هذا التشاكل أحادي وفوق أم لا؟

ب) إذا كانت عائلة من الزمر الجزئية الناعمية من الزمرة  $G$  برهن أن  $\bigcap H_i$  زمرة جزئية ناعمية من  $G$

س5. أ. أعط (إن وجد) مثلاً مناسباً لكل فقرة مما يلي:

(i) مجال يحتوي على عناصر غير قابلة للعكس. (ii) حلقة تبديلية ذات عنصر محايد تحتوي على 7 عناصر

فقط. (iii) مثالية أولية. (iv) منطقة صحيحة منتهية لا تكون مجال. (v) حلقة جزئية ولكنها ليست

مثالية. (vi) حلقة تبديلية ذات عنصر محايد وتحتوي على قواسم للصفر

ب. أوجد رتبة العنصر  $(2,3)$  في الزمرة  $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_5$