اسم المقرر: الجبر المجرد
رقم المقرر: ٥٤٦٠
مدة الامتحان: ساعتان
عدد الاسئلة: سبعة

بسم الله الرحمن الرحيم
جامعة القدس المفتوحة
الإجابة النموذجية للامتحان النهائي
للفصل الثاني "١٠٥٢"
٢٠٠٥ / ٢٠٠٦
-- عملي --

اسم الدارس: ....
رقم الدارس: ....
تاريخ الامتحان: .11. /.7. /٢٠٠٦

جدول رقم (١) علامتان لكل اجابة صحيحة

اجابة السؤال رقم (١) من نوع (أجب بنعم أو لا) او (√ او ×)

الفرع	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الصحيحة	T	F	T	T	T	F	F	T	F	F	F	T	T	F	F					

جدول رقم (٢)

اجابة السؤال رقم ( ) من نوع (اختيار من متعدد)

الفرع	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الصحيحة																				

جدول رقم (٣)

اجابة السؤال رقم ( ) من نوع (وفق بين عمودين)

الفرع	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
الصحيحة																				

السؤال الثاني: (١٤ علامة)

١) مغلقة: علامتان

let a*b=1 where $a,b \in G = \quad -\{1\}$

$\Rightarrow$ **a+b-ab=1**

$\Rightarrow$ **a+b-ab-1=0**

$\Rightarrow$ **a(1-b)-(1-b)=0**

$\Rightarrow$ (1-b)(a-1)=0 $\Rightarrow$ a=1 or b=1 a contradiction

٢) تجميعية علامة واحدة

$(a*b)*c = (a+b-ab)*c$
= a+b-ab+c-(a+b-ab)c
= a+b-ab+c-ac-bc+abc

$a*(b*c) = a*(b+c-bc)$
= a+(b+c-bc)-a(b+c-bc)
= a+b+c-bc-ab-ac+abc

$\Rightarrow (a*b)*c = a*(b*c)$

٣) العنصر المحايد : علامتان

$$a*b=a \Rightarrow a+b-ab=a$$
$$\Rightarrow b(1-a)=0$$
$$\Rightarrow b=0 \text{ or } a=1 \text{ (rejected)}$$
$$\Rightarrow b=e=0$$

٤) العنصر النظير : علامتان

$$a*b=0 \Rightarrow a+b-ab=0$$
$$\Rightarrow b=\frac{-a}{1-a}$$
$$\Rightarrow a^{-1}=\frac{-a}{1-a}$$

٥) تبديلية علامة واحدة

$$a*b=a+b-ab=b+a-ba=b*c$$

ب) ستة علامات

$$let\ \ a=(132),\ b=(12)\ \Rightarrow ab=(13),\ ba=(23) \Rightarrow ab \neq ba$$
$$\Rightarrow S_n \text{ is not comutative}$$

السؤال الثالث :

أ. سبعة علامات

$$(ab)^2=e=a^2b^2\ \ ,\ \forall a,b \in G$$
$$\Rightarrow abab=aabb$$
$$\Rightarrow ba=ab$$

ب. سبعة علامات

$$let\ \ a \in G,\ a \neq e$$
$$\Rightarrow |a| / |G|=25$$
$$\Rightarrow |a|=5, |a|=25$$
$$\Rightarrow |a|=25$$
$$\Rightarrow G \text{ is cyclic}$$

السؤال الرابع :

أ. اربع علامات

$$a=(1\ 2\ 5)(3\ 4)$$
$$b=(1\ 5\ 3\ 6\ 2)$$

ب.اربع علامات

$$ab=(2\ 3\ 4\ 6)$$
$$b^{-1}a^{-1}=(ab)^{-1}=(6\ 4\ 3\ 2)$$

جـ. اربع علامات

$$|a|=6 \quad , \quad |b|=4$$

د. علامتان

$a = (1\ 2)(1\ 5)(3\ 4) \Rightarrow a$ is odd

$b = (2\ 3)(2\ 4)(2\ 6) \Rightarrow b$ is even

السؤال الخامس :

أ. سبعة علامات

$let\ \ j:\ {}_{12} \Rightarrow {}_{18}$ be a homomorphism $\Rightarrow |j(1)|/12$ and $|j(1)|/18$

$\Rightarrow |j(1)| = 1$ or 2 or 3 or 6

$\Rightarrow |j(1)| = 1 \ \Rightarrow j(1) = 0$

$\Rightarrow |j(1)| = 2 \ \Rightarrow j(1) = 9$

$\Rightarrow |j(1)| = 3 \ \Rightarrow j(1) = 6$ or 12

$\Rightarrow |j(1)| = 6 \ \Rightarrow j(1) = 3$ or 15

$\Rightarrow there$ are 6 homomorphisms

ب. سبعة علامات

let $\mathrm{n}_1 h_1, \mathrm{n}_2 h_2 \in NH \Rightarrow (\mathrm{n}_1 h_1)(\mathrm{n}_2 h_2) = \mathrm{n}_1 (h_1 \mathrm{n}_2) h_2 = \mathrm{n}_1 \mathrm{n}_2 h_1' h_2 = n'' h'' \in NH$ 2

$(\mathrm{n}_1 h_1)^{-1} = h_1^{-1} n_1^{-1} = n' h_1^{-1} \in NH$ 3

$1, 2, 3 \Rightarrow NH \le G$

let $\mathrm{nh} \in \mathrm{NH}\ \ \mathrm{g} \in \mathrm{G} \Rightarrow \mathrm{g}^{-1}(nh)g = (g^{-1}ng)(g^{-1}hg) \in NH$

$\Rightarrow \mathrm{NH} < \mathrm{G}$

السؤال السادس:

أ.سبعة علامات

$x^2 = 1$ in $({}_{12}, \oplus_{12}, \otimes_{12})$ has the solution

x=1 ,5 ,11 , 7

ب. سبعة علامات

let a ,b =0 ,a,b $\in$ S $\Rightarrow$ ab=0 ,a,b $\in$ R

since R is integral domain this implies a=0 or b=0

$\Rightarrow S$ is an integral domain

السؤال السابع :

أ. اربع علامات

H={(1,4),(2,1),(3,4),(4,1)(0,4),(1,1),(2,4),(3,1),(4,4),(0,1)}

ب.اربع علامات

$$[\mathrm{G{:}H}] = \frac{|\mathrm{G}|}{|\mathrm{H}|} = \frac{20}{10} = 2$$

جـ. اربع علامات

since $[\mathrm{G{:}H}] = 2 \Rightarrow H < g$

د. علامتان

$|G:H| = 2 \Rightarrow G/H$ is isomorphic to ${}_2$ since there is only one group of order 2 up to isophormism