اسم المقرر: الجبر المجرد رقم المقرر: 5460 مدة الامتحان: ساعتان عدد الاسئلة: خمسة	بسم الله الرحمن الرحيم جامعة القدس المفتوحة الامتحان النهائي للفصل الثاني "1082" 2009/2008	اسم الدارس: ..... رقم الدارس: ..... تاريخ الامتحان: 2009/6/23 -- نظري--

عزيزي الدارس:
1. املىء كافة المعلومات المطلوبة عنك في دفتر الاجابة وعلى ورقة الاسئلة.
2. ضع رقم السؤال ورموز الاجابة الصحيحة للاسئلة الموضوعية (ان وجدت) على الجدول المخصص في دفتر الاجابة
3. ضع رقم السؤال للاسئلة المقالية واجب على دفتر الاجابة.

السؤال الأول: (30 علامة/2.5 لكل فقرة)

اجب/ي بنعم او لا ثم انقل/ي الاجابة الى جدول (1) من دفتر الاجابة (3 لكل فرع)

1- $(Z_n, \oplus_n, \otimes_n)$ حلقة منتهية
2- عدد عناصر $(U_{20}, \otimes_{20})$ هو 8
3- لتكن S مجموعة تحتوي على n من العناصر فإن $A(S) = n!$
4- مميز كل حقل هو عدد أولي
5- اذا كانت H مجموعة ، وكان $a, b \in H$ فإن $|aH| = |bH|$
6- اذا كانت H زمرة جزئية من زمرة تبديلية تكون سوية.
7- كل مجموعة غير فارغة S فإن A(S) تشكل زمرة
8- زمرة التالية $\alpha(3) = 3, \alpha(1) = 1, \alpha(2) = 2$ تبديلة.
9- اذا كانت $\alpha = (143), \sigma = (256)$ فان $\alpha\sigma(1)$ غير معرف.
10- $6Z$ هي حلقة جزئية من $4Z$
11- الزمرة $\sigma = (1245)$ زوجية.
12- الزمرتان $(R, +), (Q^*, \times)$ متماثلتين.

السؤال الثاني: (25 علامة)

1- لتكن S_3 زمرة تبديلية مع عملية الضرب

•	e	s	t	u	v	w
e	e	s	t	u	v	w
s	s	e	v	w	t	u
t	t	u	e	s	w	v
u	u	t	w	v	e	s
v	v	w	s	e	u	t
w	w	v	u	t	s	e

- ما هي رتبة الزمرة S_3 (3 علامات)
- ما هو العنصر المحايد (3 علامات)
- ما هي رتبة العناصر s,t,u (9 علامات)

2- اذا علمت ان $A = \{1,2,3,4\}$ ، كم عدد التبديلات للمجموعة A ؟ (1 علامات)

Stqou.com

3-اذا كانت $\alpha, \beta \in S_4$ بحيث ان:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

- فاوجد: $\beta\alpha$ ، α^{-1} (2 علامات)

- اكتب α على شكل حاصل ضرب دورات منفصلة (2 علامات)

4) اذا كانت طول دورة α تساوي n، فاثبت أن رتبة α هي n أيضا. (5 علامات)

السؤال الثالث: (25 علامة)

أ) اذا كانت G زمرة، H زمرة جزئية سوية من G ، بين أن G/H تشكل زمرة بالنسبة للعملية الثنائية التالية:

(aH)(bH)=abH ، علما بأن العملية معرفة تعريفا جيدا ولا تعتمد على ممثل المجموعة المرافقة. (16 علامة)

ب) لتكن $G = Z_6$, $H = <3> = \{0,3\}$

- أوجد G/H
- اكتب جدول الزمرة G/H

(9 علامات)

اجب عن أحد السؤالين التاليين (الرابع او الخامس) فقط

السؤال الرابع: (20 علامة)

ا- اذا كان $\varphi : Z_{12} \to Z_{30}$ اقتران تشاكل حيث $\varphi(1) = 10$ اوجد : $\varphi(3)$, $\varphi(2)$ (5 علامات)

ب- باستخدام نظرية لاجرانج اوجد عدد اقترانات التشاكل من $Z_{12} \to Z_{30}$ ، مع التوضيح. (5 علامات)

ج) أثبت أنه لكل n>1 فإن زمرة خارج القسمة S_n / A_n مماثلة لزمرة Z_2 (10 علامات)

السؤال الخامس: (20 علامة)

أ- اذا كانت C تمثل مجموعة الأزواج المرتبة على شكل (α, β) ، وان α, β اعداد حقيقية حيث

$$(\alpha, \beta) = (\gamma, \delta) \Leftrightarrow (\alpha = \gamma, \beta = \delta)$$

عرفت العمليتان الجمع (+) والضرب (.) على المجموعة C كما يلي: (10 علامة)

$$1- \quad (\alpha, \beta) + (\gamma, \delta) = (\alpha + \gamma, \beta + \delta)$$

$$2- \quad (\alpha, \beta).(\gamma, \delta) = (\alpha\gamma - \beta\delta, \alpha\delta + \beta\gamma)$$

على فرض ان عملية الضرب تتوزع على عملية الجمع ، بين أن $(C,+,.)$ تشكل حقلة بالنسبة لعمليتي الجمع والضرب المعرفتان، مبينا العناصر المحايدة والنظراء في العمليتين .

ج- بين ان Z_4 لا يشكل حقلا. (10 علامات)

انتهت الاسئلة

Stqou.com