

جامعة المرقب
كلية الآداب والعلوم - زليتن

الزمن: ساعتان

الاحتبار النصفي في مادة الجبر المجرد للسنة الثالثة بقسم الرياضيات 2003/2002

أجب عن جميع الأسئلة التالية:

س1.أ) إذا كانت $(G,*)$ زمرة ، $H \subseteq G$ بحيث H منتهية وكان $a * b \in H \quad \forall a, b \in H$ اثبت أن $H \leq G$

ب) إذا كان $\sigma = (13)(254) \in S_6$ أوجد $\langle \sigma \rangle$

س2.أ) إذا كانت $(G,*)$ زمرة ، $H_2 \leq G$ ، $H_1 \leq G$ ، بحيث $H_1 \cup H_2 \leq G$ برهن أن $H_1 \subseteq H_2$ أو $H_2 \subseteq H_1$

ب) إذا كانت $H \leq G$ وكان $|G:H| = m$ أثبت أن $a^m \in H \quad \forall a \in G$

ج) بين أن $(\mathbb{R}, +)$ زمرة ليست دورية.

س3.أ) أذكر نص مبرهنة لاجرانج مع الاثبات

ب) بين أن الدالة $\phi: (\mathbb{R}, +) \rightarrow (\mathbb{C} - \{0\}, \cdot)$ المعرفة بالقاعدة $\phi(x) = \cos x + i \sin x$ تمثل تشاكل ثم أوجد $\ker \phi$

س4.أ) إذا كانت $H \leq G, N \leq G$ بحيث $N \subseteq H$ اثبت أن $(G/H, *) \cong ((G/N)/(H/N), *)$

ب) بين أن $(\mathbb{C} - \{0\}, \cdot) \cong (\mathbb{R} - \{0\}, \cdot)$

س5.أ) إذا كانت $(G,*)$ زمرة دورية غير منتهية أثبت أن كل زمرة جزئية من G غير تافهة تكون غير منتهية.

ب) لتكن $(G,*)$ زمرة ، $\varphi \neq S \subseteq G$ ولتكن $H_S = \{x \in G : x * s = s * x \quad \forall s \in S\}$ اثبت أن $H_S \leq G$

انتهت الأسئلة بالتوفيق للجميع أ. فرحات محمد أبو حلفاية