

1. أ) حدد قيمة صدق القضايا التالية:

- i) إذا كانت طرابلس عاصمة لبنان فإن بغداد عاصمة سوريا. **قضية صادقة**
ii) كل عدد صحيح n يكون عدداً طبيعياً. **قضية خاطئة**
iii) $\forall x \exists y, p(x, y) \vee \exists y \forall x, p(x, y)$ **قضية غير محددة منطقياً**

ب) عبر عن القضية التالية بصورة رمزية ثم حدد قيمة صدقها: كل عدد حقيقي يوجد عدد طبيعي أكبر منه.

$$\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{N} : x < y$$
 قضية صادقة

2. أ) عبر عن القضايا التالية بصورة لفظية ثم حدد قيمة صدقها:

$$\forall x \in \mathbb{N}, |x| = x$$
 i)

القيمة المطلقة للعدد الطبيعي هي العدد نفسه. **قضية صادقة**

$$\forall x \in \mathbb{Z} \exists y \in \mathbb{Z} : x + y = 0$$
 ii)

كل عدد صحيح له معكوس جمعي. **قضية صادقة**

$$x \in \mathbb{Z} \leftrightarrow x \in \mathbb{Q}$$
 iii)

x عدد صحيح إذا وإذا كان فقط x عدد قياسي. **قضية خاطئة**

ب. باستخدام جداول الصدق بين ما إذا كانت القضية $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$ صائبة منطقياً أو تناقض أو غير محددة منطقياً.

الحل:

p	q	$p \rightarrow q$	$p \wedge (p \rightarrow q)$	$(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

نلاحظ من خلال العمود الأخير للجدول أن القضية صائبة منطقياً

3. أ) ليكن p تمثل القضية: x عدد زوجي ، q تمثل القضية: x لا يقبل القسمة على 10

i) عبر عن القضية $q \rightarrow \sim p$ بصورة لفظية ثم حدد قيمة صدقها.

ii) أكتب المعاكس الايجابي للقضية $\sim q \rightarrow p$ بصورة لفظية ثم حدد قيمة صدقها.

الحل:

(i) إذا كان x لا يقبل القسمة على 10 فإن x عدد فردي. القضية خاطئة

(ii) إذا كان x يقبل القسمة على 10 فإن x عدد زوجي. القضية صائبة

ب) ليكن p, q, r أي قضايا ، باستخدام قوانين جبر القضايا برهن أن: $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (p \vee q) \rightarrow r$
البرهان:

$$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r \equiv \sim (p \vee q) \vee r \equiv (p \vee q) \rightarrow r$$

4.أ. ليكن p, q أي قضيتين. باستخدام طريقة فرض خطأ النتيجة برهن أن: $(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow \sim p \wedge q$

البرهان:

نفرض أن $p \wedge q \sim$ قضية خاطئة ولذلك هناك 3 احتمالات لصدق القضيتين $p, q \sim$

(1) $p, q \sim$ خاطئة ، وهذا يعني أن القضية $(p \vee q) \wedge \sim p$ خاطئة

(2) القضية q خاطئة ، القضية $p \sim$ صائبة وبالتالي فإن القضية p خاطئة ولذلك فإن القضية $p \vee q$ خاطئة أيضاً

وهذا يعني أن القضية $(p \vee q) \wedge \sim p$ خاطئة

(3) القضية $p \sim$ خاطئة ، القضية q صائبة ، وهذا يعني أن القضية $(p \vee q) \wedge \sim p$ خاطئة

مما سبق نستنتج أن القضية $((p \vee q) \wedge \sim p) \rightarrow (\sim p \wedge q)$ صائبة منطقياً وهذا يعني أن:

$$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow \sim p \wedge q$$

ب. باستخدام قوانين الاستدلال اختر صيغة الحجة: $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)$ ، $\sim (\sim A \wedge \sim C)$ ، $\therefore \sim (\sim B \wedge \sim D)$

الاجابة:

1) $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)$ مقدمة 1

2) $\sim (\sim A \wedge \sim C)$ مقدمة 2

3) $A \vee C$ (2) وقانون دي مورجن

4) $B \vee D$ (1) ، (3) ، قانون البناء

5) $\therefore \sim (\sim B \wedge \sim D)$ (4) ، قانون دي مورجن
إذاً الحجة صائبة منطقياً

9 . 3 . 2010