جامعة المرقب

كلية الآداب والعلوم - زليتن

امتحان الدور الأول في مادة أسس الرياضيات للسنة الأولى بقسم الرياضيات

أجب عن ثلاثة أسئلة فقط من الأسئلة التالية: (لكل سؤال **20** درجة)

(الزمن: ساعتان ونصف)

السؤال الأول: (أجب عن **4** فقرات فقط)

في كل مما يأتي برهن أو أعطِ مثالاً مخالفاً

1) إذا كان $P(x)$ جملة مفتوحة في x معرفة على المجموعة A فإن $\sim(\forall x \in A, P(x)) \equiv \exists x \in A, \sim P(x)$

2) إذا كان كل من $f : A \to B$ ، $g : B \to C$ دالة فوقية فإن $g \circ f : A \to C$ دالة فوقية.

3)(**i**) المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln(n+1)}$ متقاربة شرطاً.

(**ii**) إذا كان a , b أعداد حقيقية موجبة فإن $\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2}$

4) المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(a+n)(a+n+1)}$ حيث $a > 1$ متقاربة ومجموعها يساوي $\frac{1}{a}$

5)(**i**) لأي مجموعة محدودة A من الأعداد القياسية يكون $\sup A$ عدد قياسي

(**ii**) إذا كان x عدد حقيقي حيث $x \ne 0$ فإن $\frac{1}{x} \ne 0$

6) العلاقة $R = \left\{(a,b) : \frac{a+2b}{3} \in Z\right\}$ المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة Z تعتبر علاقة تكافؤ.

السؤال الثاني:

أ) عرف صف التكافؤ ،وإذا كانت R علاقة ترتيب كلي على المجموعة $A = \{1,2,3,4\}$ ،ما الذي يمكن قوله عن عدد صفوف التكافؤ بالنسبة للعلاقة R ؟؟

ب) أوجد فترة تقارب المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n^2+4}$

ج) إذا كان $b > 0$, $a > 0$, $a,b \in IR$ برهن أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(an+b)^P}$ متقاربة عندما $p > 1$

ومتباعدة عندما $p \le 1$

بقية الأسئلة في الورقة التالية

السؤال الثالث:

أ) ليكن R علاقة على المجموعة X برهن أن $R\bigcup R^{-1}$ هي أصغر علاقة متماثلة محتوية على R ثم برهن أن $R\bigcap R^{-1}$ هي أكبر علاقة متماثلة محتواه في R

ب) ليكن كل من $\{B_j\}_{j\in J}$, $\{A_i\}_{i\in I}$ عائلة مجموعات مرقمة برهن أن: $(\bigcap A_i)\times(\bigcap B_j)=\bigcap(A_i\times B_j)$

ج) أدرس المجموعة $A=\left\{\dfrac{1-(-1)^n}{2}\ ,n\in IN\right\}$ من حيث كونها:

محدودة ، منتهية ، لها عنصر أصغر ، لها عنصر أكبر

السؤال الرابع:

أ) بين ما إذا كانت المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n+2}{n}\right)^n$ متقاربة أو متباعدة

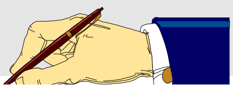
ب) ليكن $A=\left\{[\dfrac{2n-1}{n}],n\in IN\right\}$ حيث $[x]$ تعني أكبر عدد صحيح أصغر من أو يساوي x

أوجد (إن وجد) كل من: $\sup A$ ، $\inf A$ ، $\max A$ ، $\min A$

ج) ليكن R علاقة عاكسة على المجموعة B برهن أن:

R علاقة تكافؤ إذا وإذا كان فقط $(a,b),(a,c)\in R$ يؤدي إلى أن $(b,c)\in R$

انتهت الأسئلة .... مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح



أ.محمد أحمد حمودة **29. 5. 2003**