جامعة المرقب
كلية الآداب والعلوم بزليتن

الامتحان الرابع في أسس الرياضيات للسنة الأولى بقسم الرياضيات 2002/2001

اختر خمسة أسئلة من الأسئلة التالية ثم أجب عن فقرتين فقط من كل سؤال:

1)(i) لتكن $f:A\to B$ دالة تقابلية. برهن أن $f^{-1}:B\to A$ دالة تقابلية

(ii) لتكن $f:A\to B$ دالة أحادية ، $g:B\to C$ دالة فوقية.هل $g\circ f$ دالة تقابلية ؟ برهن صحة ما تقول؟

(iii) إذا كان $x,y\in IR$ و $d(x,y)=\begin{cases}1 & ,x\neq y\\ 0 & ,x=y\end{cases}$ برهن أن d تعرف دالة مسافة على IR

2)(i) أكتب الحد العام للمتتالية $\ln 2, \ln\frac{3}{2}, \ln\frac{4}{3},.....$ ثم بين ما إذا كانت المتتالية متقاربة أو متباعدة؟

(ii) ناقش تقارب المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^n$ (iii) برهن أن $\sum_{n=0}^{\infty}ar^n=\frac{a}{1-r}$ عندما $|r|<1$

(iv) بين ما إذا كانت المتسلسلة $\frac{2}{1}+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{4}{3}\right)^3+\left(\frac{5}{4}\right)^4+....$ متقاربة أو متباعدة؟

3)(i) باستخدام طريقة المجاميع الجزئية برهن أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}$ متباعدة

(ii) أكتب الحد العام للمتتالية $\ln 2-\ln 1, \ln 3-\ln 2, \ln 4-\ln 3,.....$ ثم بين ما إذا كانت المتتالية متقاربة أو متباعدة؟

(iii) بين ما إذا كانت المتتالية $\left\{\frac{(n+1)^n}{n^{n+1}}\right\}_{n=1}^{\infty}$ متقاربة أو متباعدة؟

4) باستخدام أي طريقة تراها مناسبة ابحث المتسلسلات التالية من حيث التقارب والتباعد

(i) $0.9+0.09+0.009+.....$ (ii) $\sum_{n=0}^{\infty}e^{-n}$ (iii) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!}$ (iv) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\ln n)^2}$ (v) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+99}$

5)(i) باستخدام اختبار المقارنة برهن أن المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ تكون متباعدة عندما $0<p\leq 1$

(ii) بين ما إذا كانت المتتالية $\left\{\frac{\sqrt{n}\sin(n!e^n)}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$ متقاربة أو متباعدة

(iii) أوجد فترة تقارب المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+4}x^n$ (iv) هل المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{n}-(\frac{2}{3})^n)$ متقاربة أم متباعدة؟

6)(i) برهن أن أي متتالية متقاربة في IR تكون متتالية كوشي.

(ii) برهن أن المتتالية المتقاربة تتقارب إلى نقطة وحيدة.

انتهت الأسئلة ..... مع تمنياتي للجميع بالتوفيق .... أ. محمد أحمد عوادة 25 . 4 . 2002