

الامتحان الرابع في مادة أسس الرياضيات للسنة الأولى بقسم الرياضيات 2003/2002

أجب عن فقرتين فقط من كل سؤال من الأسئلة التالية:

(1) ناقش مدى صحة العبارات التالية: ( برهن أو أعطِ مثلاً مخالفاً )

(I) كل متتالية متقاربة تكون محدودة.

(II) الجملة  $f: Q \rightarrow Z$  حيث  $f(\frac{m}{n}) = m + n$  ،  $n \neq 0$  ،  $n, m \in Z$  تمثل دالة.

(III) إذا كانت المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  متباعدة فإن المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  تكون متباعدة أيضاً.

(IV) إذا كان  $|a_n| < M$  حيث  $M$  عدد حقيقي موجب فإن المتتالية  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  تكون متقاربة.

(I2) بين ما إذا كانت المتسلسلة  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots$  متقاربة أو متباعدة؟

(II) ناقش تقارب المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{(3+3n)}$

(III) برهن أن اختبار النسبة يفشل في تحديد تقارب أو تباعد المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  عندما يكون  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 1$

(I3) برهن أنه إذا كانت المتسلسلة  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  متقاربة فإن  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ . وهل العكس صحيح؟ برهن صحة ما تقول

(II) ليكن  $f: A \rightarrow B$  دالة أحادية وفوقية برهن أن  $f^{-1}: B \rightarrow A$  دالة أحادية وفوقية

(III) أوجد فترة تقارب متسلسلة القوى  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{10^n}{n!} x^n$

(I4) برهن أن متسلسلة  $p$  تكون متقاربة إذا كان  $p > 1$  وتكون متباعدة إذا كان  $p \leq 1$

(II) ليكن كل من  $f: A \rightarrow B$  و  $g: B \rightarrow C$  دالة برهن أنه إذا كان  $g \circ f$  دالة أحادية فإن  $f$  دالة أحادية أيضاً

(III) إذا كان  $x, y \in \mathbb{R}$  ،  $d(x, y) = \begin{cases} 1 & , x \neq y \\ 0 & , x = y \end{cases}$  برهن أن  $d$  تعرف دالة مسافة على  $\mathbb{R}$

انتهت الأسئلة ..... مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح .....