المعهد العالي لإعداد المعلمين بزليتن

الامتحان النهائي في مادة أسس الرياضيات للسنة الثانية بقسم الرياضيات 2001-2002

==

أولاً:أجب عن السؤال التالي: **(الزمن: ساعتان ونصف)**

س1:ناقش صحة أو خطأ (خمس عبارات فقط) من العبارات التالية:

1) $\forall x \in IR , |x| = x$ 2) المجموعة $\{x : x \in IR , x^3 < 8\}$ ليست محدودة

3) العلاقة $\{(1,1),(2,2),(1,2)\}$ المعرفة على المجموعة $\{1,2,3\}$ تكون ضد متماثلة

4) إذا كان $R \cap R^{-1} \neq \phi$ فإن العلاقة R تكون عاكسة 5) إذا كان x عدد أولي فإن $x+7$ عدد غير أولي

6) ليكن $R = \{(x,y) : x \leq y\}$ فإن المجموعة (Z , R) مرتبة ترتيباً حسناً

7) العلاقة $R = \{(a,b)(a,a),(b,b)\}$ المعرفة على المجموعة $\{a,b\}$ عاكسة وضد متماثلة وناقلة وليست متماثلة

8) العبارة $\forall x \exists y, x + y < 10$ حيث $x, y \in IR$ تكون صادقة 9) توجد دالة ثابتة أحادية

10) إذا كان $A \cup B = A \cup C$ فإن $B = C$ لأي مجموعات غير خالية A,B,C

ثانياً: أجب عن ثلاثة أسئلة فقط من الأسئلة التالية: (أجب عن فقرتين فقط من كل سؤال تختاره)

2)(i) ليكن $\{A_i\}_{i\in I}$ عائلة مجموعات مرقمة برهن أن: $\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right)^C = \bigcup_{i\in I} A_i^C$

(ii) برهن أنه إذا احتوت المجموعة المرتبة جزئياً على أكبر عنصر فهو وحيد

(iii) ليكن $\{A_i\}_{i\in I}$ و $\{B_i\}_{i\in I}$ عائلة مجموعات مرقمة. فإذا كان $A_i \subseteq B_i , \forall i \in I$ برهن أن:

$$\bigcap_{i\in I} A_i \subseteq \bigcap_{i\in I} B_i$$

3)(i) ليكن $A = \{1,2,3,4,5\}$ ، $Q = \{(x,y) : x + y \geq 2\}$ ،و $R = \{(x,y) : x$ تقبل القسمة على $y\}$

فأوجد بالنسبة للعلاقة R كل من: أصغر عنصر في A ،وأكبر عنصر في A ،والعناصر الأعظمية في A

،والعناصر الأصغرية في A .

* هل يمكن بالنسبة للعلاقة Q إيجاد كل من أصغر عنصر في A وأكبر عنصر في A والعناصر الأعظمية في A ،والعناصر الأصغرية في A ؟ علل لما تقول؟

(ii) ليكن $f: A \to B$ تطبيق برهن أن: f تطبيق عكوس $\leftrightarrow$ f تطبيق متباين وفوقي

(iii) باستخدام المعاكس الإيجابي برهن أنه إذا كان n^2 عدد فردي فإن n عدد فردي

4)(i) ليكن $A = \{0.5, 0.05, 0.005, ...\}$ فأوجد كل من: $\sup A$ ، $\inf A$ ، $\min A$ ، $\max A$

(ii) لتكن A,C مجموعتين غير خاليتين.برهن أن: $C \subseteq D$, $A \subseteq B$ إذا وإذا كان فقط $A \times C \subseteq B \times D$

(iii) عرف العلاقة غير المتخالفة ثم أعطِ مثالاً لعلاقة عاكسة ومتعدية وليست متماثلة وليست متخالفة

5)(i) لتكن T,S,R علاقات على المجموعة A برهن أن: $(S \cup T) \circ R = (S \circ R) \cup (T \circ R)$

(ii) برهن أن $1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1) = n^2$

(iii) ليكن كل من R ، Q علاقة تكافؤ على المجموعة غير الخالية A برهن أن:

$R \cup Q$ علاقة تكافؤ على A إذا وإذا كان فقط $R \circ Q \subseteq R \cup Q$ ، $Q \circ R \subseteq R \cup Q$

(iv) ليكن p,q أي عبارتين ،بدون استخدام جداول الصدق برهن أن: $(p \vee q) \wedge \sim p \equiv \sim p \wedge q$

6)(i) برهن أنه إذا كان n عدداً صحيحاً فردياً فإن $n + 1$ يكون عدداً زوجياً

(ii) إذا كان R علاقة متعدية وعاكسة برهن أن $R \circ R = R$ وهل العكس صحيح ؟ برهن صحة ما تقول؟

(iii) ليكن R علاقة ناقلة على المجموعة غير الخالية A حيث $(x, x) \notin R$ لكل $x \in A$ برهن أن R ليست دالة

انتهت الأسئلة .... مع التمنيات للجميع بالتوفيق والنجاح