

المعهد العالي لإعداد المعلمين - زليتن

امتحان الدور الأول في مادة أسس الرياضيات للسنة الثانية بقسم الرياضيات 2003/2002

أجب عن ثلاثة أسئلة فقط من الأسئلة التالية : (الزمن: ساعتان ونصف)

السؤال الأول: (أجب عن 4 فقرات فقط) في كل مما يأتي برهن أو أعط مثلاً مخالفاً

(1) إذا كان $P(x)$ جملة مفتوحة في x معرفة على المجموعة A فإن $(\forall x \in A, P(x)) \equiv \exists x \in A, \sim P(x)$ ~

(2) إذا كان كل من $f: A \rightarrow B$ ، $g: B \rightarrow C$ دالة فوقية فإن $g \circ f: A \rightarrow C$ دالة فوقية.

(3) $(1+x)^n \geq 1+nx$ لكل عدد طبيعي n ، ولكل عدد حقيقي $x > -1$

(4) العلاقة $R = \left\{ (a, b) : \frac{a+2b}{3} \in Z \right\}$ المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة Z تعتبر علاقة تكافؤ.

(5) (i) لأي مجموعة محدودة A من الأعداد غير القياسية يكون $\sup A$ عدد غير قياسي. (ii) $\sqrt{5}$ عدد غير قياسي

(6) إذا كان $x^2 + y^2 = 0$ ، $x, y \in \mathbb{R}$ فإن $x = y = 0$

السؤال الثاني: (أ) عرف صف التكافؤ، وإذا كانت R علاقة ترتيب كلي على المجموعة $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، ما الذي

يمكن قوله عن عدد صفوف التكافؤ بالنسبة للعلاقة R ؟؟

(ب) باستخدام قوانين جبر القضايا برهن أن: $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r)$

(ج) لتكن $f: A \rightarrow B$ دالة تقابلية (أحادية فوقية). برهن أن $f^{-1}: B \rightarrow A$ دالة تقابلية (أحادية فوقية).

السؤال الثالث: (أ) ليكن (A, R) مجموعة مرتبة ترتيباً كلياً برهن أنه يوجد على الأكثر عنصر واحد أصغري وهذا

العنصر هو نفسه العنصر الأصغر، ويوجد على الأكثر عنصر واحد أعظمي وهذا العنصر هو نفسه العنصر الأكبر

(ب) ليكن كل من $\{A_i\}_{i \in I}$ ، $\{B_j\}_{j \in J}$ عائلة مجموعات مرقمة برهن أن: $(\bigcap A_i) \times (\bigcap B_j) = \bigcap (A_i \times B_j)$

(ج) ليكن ϕ مجموعة خالية، أوجد $P(P(P(\phi)))$ حيث $P(X)$ يرمز لمجموعة قوى المجموعة X

السؤال الرابع: (أ) ليكن R علاقة متعدية ولا انعكاسية على المجموعة غير الخالية A برهن أن R ليست دالة.

(ب) ليكن $A = \left\{ \left[\frac{n+1}{n} \right], n \in \mathbb{N} \right\}$ حيث $[x]$ تعني أكبر عدد صحيح أصغر من أو يساوي x

أوجد (إن وجد) كل من: $\sup A$ ، $\inf A$ ، $\max A$ ، $\min A$

(ج) ليكن R علاقة عاكسة على المجموعة B برهن أن:

R علاقة تكافؤ إذا وإذا كان فقط $(a, b), (a, c) \in R$ يؤدي إلى أن $(b, c) \in R$