

الامتحان الثالث في مقرر أسس الرياضيات للسنة الأولى بقسم الرياضيات للعام الجامعي 2004 / 2005

الزمن: من الساعة 8 إلى الساعة 10

أخي الطالب ... أختي الطالبة: كن هادئاً، وأزرع الثقة في نفسك، وتدّكر أن فهم السؤال نصف الجواب، ونظم

إجابتك حتى تحسن مسندكراً أن (الخط الحسن يزيد الحق وضوحاً)

أجب عن 3 أسئلة فقط على أن يكون السؤال الأول من بينها

السؤال الأول: ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (×) أمام العبارة الخاطئة:

1. ليكن R, Q أي علاقيتين على مجموعة غير خالية فإن $R \circ Q = Q \circ R$
2. تكون العلاقة R غير عاكسة على المجموعة A إذا كان $\forall x \in A$ يكون $(x, x) \notin R$
3. كل علاقة عاكسة تكون مجموعة جزئية من العلاقة الذاتية (المحايدة)
4. توجد بعض العلاقات بحيث تكون علاقة ترتيب جزئي وعلاقة ترتيب حدي في نفس الوقت
5. إذا كان R علاقة عاكسة، Q أي علاقة فإن $R \cap Q$ تكون علاقة عاكسة
6. ليكن R, Q, T علاقات على المجموعة B فإن $(R \circ Q) \circ T = R \circ (Q \circ T)$
7. إذا كان $R \subset I_A$ حيث I_A العلاقة الذاتية (المحايدة) على المجموعة غير الخالية A فإن R علاقة متماثلة ومتخالفة في نفس الوقت.
8. $\{y \mid \text{تقبل القسمة على } x : (x, y) \in R\}$ المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة علاقة غير عاكسة
9. كل علاقة ترتيب جزئي تكون علاقة ترتيب كلي.
10. العنصر الأعظمي (maximal element) في المجموعة هو عنصر أكبر (greatest element)
11. أصغر عنصر (least element) في المجموعة هو عنصر أصغري (minimal element)
12. إذا كان كل من R, Q علاقة تكافؤ فإن $R \cup Q$ تكون علاقة عاكسة
13. المجموعة $\left\{ \frac{6}{10}, \frac{6}{100}, \frac{6}{1000}, \frac{6}{10000}, \dots, \frac{6}{10^n}, \dots \right\}$ محدودة
14. العنصر الأصغري في المجموعة وحيد
15. كل علاقة ترتيب كلي تكون علاقة ترتيب جزئي
16. المجموعة $\{x \mid x \in Q, x^3 < 5\}$ ليست محدودة
17. ليكن R علاقة على المجموعة A فإن R علاقة عاكسة إذا وفقط إذا كان $R \subseteq I_A$
18. لأي مجموعة محدودة A من الأعداد غير القياسية يكون $\sup A$ عدد غير قياسي.
19. إذا كان A مجموعة غير مرتبة كلياً وكان $B \subseteq A$ فإن B غير مرتبة كلياً.
20. لأي مجموعة محدودة A من الأعداد القياسية يكون $\sup A$ عدد قياسي
21. العلاقة $R = \{(a, b)(a, a), (b, b)\}$ المعرفة على المجموعة $\{a, b\}$ عاكسة ومتخالفة وناقلة وليست متماثلة
22. إذا كان $R \circ R = R$ فإن R علاقة متعدية وعاكسة
23. إذا كان $R \cap R^{-1} \neq \emptyset$ فإن العلاقة R تكون عاكسة
24. ليكن $R = \{(x, y) \in Z \times Z : x \leq y\}$ فإن المجموعة (Z, R) مرتبة ترتيباً حسناً

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المذكورة أمام كل عبارة:

1. العلاقة $\{(1,1), (2,2), (1,2)\}$ المعرفة على المجموعة $\{1,2,3\}$ تكون: { متماثلة - عاكسة - متخالفة - لاشيء مما ذكر }
2. إذا كان $R \cap R^{-1} \neq \emptyset$ فإن العلاقة R تكون: { عاكسة - ناقلة - متخالفة - متماثلة - لاشيء مما ذكر }

3. إذا كان كل من R, Q علاقة متماثلة فإن $R \cup Q$ تكون علاقة: { متماثلة - غير متماثلة - ناقلة - عاكسة - لاشيء مما ذكر }

4. ليكن $R = \{(x, y) : x \leq y\}$ فإن المجموعة (Z, R) تكون:

{ مرتبة ترتيباً حسناً - مرتبة ترتيباً حدي - غير مرتبة ترتيباً حسناً - لاشيء مما ذكر }

5. لتكن S كل الدول في قارة أفريقيا، عرفت العلاقة R على S كالتالي: $R = \{(A, B) : A \text{ تحد بـ } B\}$ فإن:

{ R علاقة متخالفة و متماثلة و ناقلة - R علاقة غير متخالفة و متماثلة و ناقلة - R علاقة غير متخالفة و متماثلة و غير ناقلة }

السؤال الثالث: أكمل ما يأتي:

1. إذا كان $A = \{0.3, 0.33, 0.333, 0.3333, \dots\}$ فإن $\sup A = \dots$ ، $\inf A = \dots$ ، $\text{Max } A = \dots$

2. إذا كان $B = [2, 6]$ ، $A = (2, 7)$ فإن: $\sup B = \dots$ ، $\inf A = \dots$ ، $\text{Min } B = \dots$ ، $\text{Max } A = \dots$

3. ليكن $A = \{2, 6, 9, 10, 13\}$ وليكن $R = \{(x, y) \in A \times A : x|y\}$ فإنه بالنسبة للعلاقة R يكون:

أصغر عنصر في A ، أكبر عنصر في A ، العنصر الأعظمي في A ،

4. تعرف العلاقة غير العاكسة كالتالي

5. تعرف علاقة الترتيب الكلي كالتالي

السؤال الرابع: أجب عن فقرتين فقط مما يأتي:

(أ) أذكر أمثلة لعلاقات R ، Q ، T معرفة على المجموعة Z بحيث تكون R انعكاسية و متماثلة وليست متعدية ، Q انعكاسية و متعدية وليست متماثلة ، بينما T متماثلة و متعدية وليست انعكاسية.

(ب) ليكن R علاقة على المجموعة A برهن أن R علاقة متخالفة إذا و فقط إذا كان $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$

(ج) في المجموعة المرتبة كلياً برهن أنه يوجد على الأكثر عنصر واحد أعظمي وهذا العنصر هو نفسه العنصر الأكبر.

السؤال الخامس: أجب عن فقرتين فقط

(أ) عرف صف التكافؤ ، وإذا كانت R علاقة ترتيب كلي على المجموعة $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، ما الذي يمكن قوله عن عدد صفوف التكافؤ بالنسبة للعلاقة R ؟؟

(ب) لتكن H علاقة انعكاسية على A ولتكن G علاقة ما على A برهن أن: $G \subseteq H \circ G$ ، $G \subseteq G \circ H$

(ج) ليكن G علاقة ترتيب جزئي على المجموعة A برهن أن G^{-1} تكون أيضاً علاقة ترتيب جزئي على A .

انتهت الأسئلة مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح 