

المعهد العالي لإعداد المعلمين - زليتن

قسم الرياضيات

الاختبار الأول في مادة أسس الرياضيات للسنة الثانية للعام الجامعي 2003 - 2004

اختر أربعة أسئلة فقط من الأسئلة التالية ثم من الفقرات أ، ب، ج في كل سؤال أجب عن فقرتين فقط:

س1. أ) بين نوع القضايا التالية من حيث كونها صائبة منطقياً أو متناقضة أو غير محددة منطقياً

(i)  $\sim((p \rightarrow q) \vee (p \wedge \sim q))$       (ii)  $(p \vee q) \leftrightarrow (p \wedge q)$       (iii)  $(p \wedge q) \rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

ب) بدون استخدام جداول الصدق برهن أن:  $(p \wedge \sim q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q \wedge r) \vee (q \wedge r) \equiv r$

ج) لأي مجموعتين  $A, B$  ، برهن أن: (i)  $(B - A) \subseteq A^c$       (ii)  $(A - B) \cap B = \Phi$

س2. أ) عبر عن القضايا التالية بصورة رمزية: (i) كل عدد حقيقي يوجد عدد طبيعي أكبر منه

(ii) يوجد لكل عدد صحيح معكوس جمعي (iii) يوجد عدد غير قياسي بين كل عددين حقيقيين

ب) ناقش مدى صحة برهان العبارة التالية:

لأي ثلاث مجموعات  $A, B, C$  إذا كان  $A \cap B \neq \Phi$  ،  $A \cap C \neq \Phi$  فإن  $C \cap B \neq \Phi$

البرهان:

$A \cap B \neq \Phi \Rightarrow \exists x \in A \cap B \Rightarrow x \in A \text{ and } x \in B$  .....(1)

$C \cap B \neq \Phi \Rightarrow \exists x \in C \cap B \Rightarrow x \in C \text{ and } x \in B$  .....(2)

من (1) ، (2) نجد أن:

$x \in A \text{ and } x \in C \Rightarrow x \in A \cap C \Rightarrow A \cap C \neq \Phi$

ج) لو فرضنا أنه في مدينة ما يوجد حلاق يخلق ذقن كل رجل لم يخلق ذقنه بنفسه. فمن يخلق ذقن الحلاق؟؟

س3. أ) ناقش مدى صحة برهان العبارة التالية: ليكن  $x, y \in Z$ . إذا كان  $x, y$  عددين زوجيين فإن  $x + y$  عدد زوجي

البرهان: نفرض عكس المطلوب. أي نفرض أن  $x + y$  عدد فردي  $\Leftrightarrow x + y = 2k + 1, k \in Z$

$x + y + (-2k) = 1 \Leftrightarrow$

بالنظر إلى الطرف الأيسر من هذه المعادلة نجد أن كلاً من  $x, y, -2k$  أعداد زوجية وهذا يعني أن  $x + y + (-2k)$

عدد زوجي ، ولكن في الطرف الأيمن من المعادلة العدد 1 عدد فردي وهذا تناقض لأن العدد الزوجي لا يساوي العدد

الفردي  $\Leftrightarrow$  فرضنا بأن  $x + y$  عدد فردي فرض خاطئ وبالتالي نستنتج أن لكل  $x, y \in Z$ . إذا كان  $x, y$  عددين

زوجيين فإن  $x + y$  عدد زوجي.  $\Leftarrow \Leftarrow \Leftarrow$  بقية الأسئلة في الورقة التالية  $\Leftarrow \Leftarrow \Leftarrow$

ب) اختبر صحة الحجة المنطقية التالية:

الرجال المتزوجون غير سعداء

الرجال غير السعداء يعيشون فترة أقصر من غيرهم

∴ الرجال غير المتزوجين أعمارهم طويلة

ج) برهن أن العدد 3 قاسم للعدد  $2^{2n} - 1$  لكل  $n \in \mathbb{N}$

س4. أ) إذا كان  $A_i = [i, i+1]$  حيث  $i \in \mathbb{Z}$  فأوجد كلاً من:  $A_2 \cap A_4$  ،  $A_2 \cup A_4$  ،  $\bigcup_{i \in \mathbb{Z}} A_i$  ،  $\bigcup_{i=-5}^5 A_i$

ب) اختبر صحة الحجة المنطقية التالية:  $q \rightarrow r$  ∴  $p \rightarrow r$  ،  $p \rightarrow q$

ج) (i) كيف يمكن إثبات أن مجموعة A ليست مجموعة جزئية من المجموعة B

(ii) ناقش مدى صحة برهان العبارة التالية: إذا كان t عدد غير قياسي فإن 5t عدد غير قياسي

البرهان:

نفرض أن 5t عدد قياسي  $\Leftrightarrow 5t = \frac{p}{q}$  حيث  $p, q \in \mathbb{Z}$  ،  $q \neq 0$   $\Leftrightarrow t = \frac{p}{5q}$

بما أن كلاً من p, 5q أعداداً صحيحة ،  $5q \neq 0$

∴ t عدد قياسي  $\Leftrightarrow$  تناقض  $\Leftrightarrow$  إذا كان t عدد غير قياسي فإن 5t عدد غير قياسي

س5. أ) ليكن كلاً من  $\{A_i\}_{i \in I}$  ،  $\{B_j\}_{j \in J}$  عائلة مجموعات مفهومة. برهن أن:

$$\left( \bigcup_{i \in I} A_i \right) \cap \left( \bigcup_{j \in J} B_j \right) = \bigcup_{(i,j) \in I \times J} (A_i \cap B_j)$$

ب) برهن أنه إذا كان p عدد أولي حيث  $p \neq 3$  فإن  $p^2 + 2$  يقبل القسمة على 3

ج) بسط العبارة التالية: - ليس من الحقيقي أن: الورد أحمر تعني أن البنفسج أزرق

انتهت الأسئلة مع تمنياتي للجميع بالتوفيق..... أ.محمد أحمد حمودة

كم تتوقع أن تكون درجتك إذا علمت أن لكل سؤال 10 درجات وأن الدرجات موزعة بالتساوي على الفقرات؟؟