

أجب عن أربعة أسئلة فقط مما يأتي على أن يكون السؤالين الأول والثاني من بينها

س1: ناقش صحة أو خطأ العبارات التالية: (1) إذا كان x عدد أولي فإن $x + 7$ عدد غير أولي

(2) إذا كان n عدداً صحيحاً فردياً فإن $n + 1$ يكون عدداً زوجياً

$$\forall x \in \mathbb{R}, |x| = x \quad (3)$$

(4) إذا كان $P(x)$ جملة مفتوحة في x معرفة على المجموعة A فإن: $\sim (\forall x \in A, P(x)) \equiv \exists x \in A, \sim P(x)$

س2) أجب عن فقرتين فقط (أ) برهن أن $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$

(ب) ليكن p, q أي عبارتين، بدون استخدام جداول الصدق برهن أن: $((p \vee q) \wedge \sim p) \equiv \sim p \wedge q$

(ج) باستخدام طريقة البرهان بالمعكس الايجابي برهن أن: إذا كان n^2 عدد فردي فإن n عدد فردي

س3) (أ) ليكن $\{A_i\}_{i \in I}$ و $\{B_i\}_{i \in I}$ عائلة مجموعات مرقمة. فإذا كان $A_i \subseteq B_i, \forall i \in I$ برهن أن: $\bigcap_{i \in I} A_i \subseteq \bigcap_{i \in I} B_i$

(ب) ليكن $\{A_i\}_{i \in I}$ عائلة مجموعات مرقمة برهن أن: $\left(\bigcap_{i \in I} A_i \right)^c = \bigcup_{i \in I} A_i^c$

س4) (أ) ليكن A, B, C مجموعات برهن أن: $(A \cap B) - C = (A - C) \cap (B - C)$

(ب) برهن أنه إذا كان A, B مجموعتين فإن $A \subseteq B^c$ إذا وإذا كان فقط $A \cap B = \emptyset$

س5) (أ) ليكن $f: A \rightarrow B$ دالة، $C \subseteq B, D \subseteq B$ برهن أن: $f^{-1}(C - D) = f^{-1}(C) - f^{-1}(D)$

(ب) ليكن $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$ دالة مسافة وليكن $f(x, y) = \frac{d(x, y)}{1 + d(x, y)}$ لكل $x, y \in \mathbb{R}$ برهن أن:

$f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^*$ هي دالة مسافة

س6) (أ) ليكن $f: A \rightarrow B$ دالة برهن أن: f لها دالة عكسية إذا وإذا كان فقط f دالة تقابلية

(ب) إذا كان كل من $f: A \rightarrow B, g: B \rightarrow C$ دالة فوقية برهن أن: $g \circ f: A \rightarrow C$ دالة فوقية