



## المعهد العالي لإعداد المعلمين - زليتن

امتحان الصور الثاني في مادة أسس الرياضيات للسنة الثانية بقسم الرياضيات 2003/2002

أجب عن خمسة أسئلة فقط من الأسئلة التالية: على أن يكون السؤال الأول من بينها

لكل سؤال 12 درجة

الزمن: ثلاث ساعات

.....

السؤال الأول: ( أجب عن 3 فقرات فقط ) في كل مما يأتي برهن أو أعط مثلاً مخالفاً

(1) إذا كان  $P(x)$  جملة مفتوحة في  $x$  معرفة على المجموعة  $A$  فإن  $(\forall x \in A, P(x)) \equiv \exists x \in A, \sim P(x)$

(2) إذا كان  $f: A \rightarrow B$  دالة أحادية ،  $g: B \rightarrow C$  دالة فوقية فإن  $g \circ f: A \rightarrow C$  دالة أحادية فوقية.

(3) إذا كان  $a, b$  أعداد حقيقية موجبة فإن  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$

(4) (i) إذا كان  $x$  عدد حقيقي حيث  $x \neq 0$  فإن  $\frac{1}{x} \neq 0$

(ii) لأي مجموعة محدودة  $A$  من الأعداد القياسية يكون  $\sup A$  عدد قياسي

السؤال الثاني:

أ) عرف صف التكافؤ، ثم برهن أنه إذا كان  $R$  علاقة تكافؤ على المجموعة غير الخالية  $A$  حيث  $a, b \in A$  فإن:

$$[a] = [b] \text{ إذا وفقط إذا كان } (a, b) \in R$$

ب) ليكن  $T, S, R$  علاقات على المجموعة  $A$  برهن أن:  $(S \cap T) \circ R \subseteq (S \circ R) \cap (T \circ R)$

السؤال الثالث:

أ) ليكن  $R$  علاقة على المجموعة  $X$  برهن أن  $R \cup R^{-1}$  هي أصغر علاقة متماثلة محتوية على  $R$  ثم برهن أن

$$R \cap R^{-1} \text{ هي أكبر علاقة متماثلة محتواه في } R$$

ب) ليكن كل من  $\{A_i\}_{i \in I}$  ،  $\{B_j\}_{j \in J}$  عائلة مجموعات مرقمة برهن أن:

$$\left( \bigcap_{i \in I} A_i \right) - \left( \bigcap_{j \in J} B_j \right) = \bigcap_{i \in I} \left( \bigcup_{j \in J} (A_i - B_j) \right)$$

بقية الأسئلة في الورقة التالية

## السؤال الرابع:

أ) لتكن  $H$  علاقة انعكاسية على  $A$  ولتكن  $G$  علاقة ما على  $A$  برهن أن:  $G \subseteq H \circ G$  ،  $G \subseteq G \circ H$

ب) عرف كل من : العنصر الأعظمي ، العنصر الأكبر ، وإذا كان  $A = \{0.21, 0.2121, 0.212121, \dots\}$  أوجد (إن وجد) كل من:  $\sup A$  ،  $\inf A$  ،  $\max A$  ،  $\min A$

## السؤال الخامس:

أ) ليكن  $(A, R)$  مجموعة مرتبة ترتيباً كلياً برهن أنه يوجد على الأكثر عنصر واحد أصغري وهذا العنصر هو نفسه العنصر الأصغر وكذلك يوجد على الأكثر عنصر واحد أعظمي وهذا العنصر هو نفسه العنصر الأكبر.

ب) إذا كان كل من  $f: A \rightarrow B$  ،  $g: B \rightarrow C$  دالة فوقية برهن أن:  $g \circ f: A \rightarrow C$  دالة فوقية.

## السؤال السادس:

أ) إذا كان  $a$  عدداً صحيحاً برهن أن  $a^2 - a$  عدداً زوجياً.

ب) ليكن  $A$  مجموعة وليكن  $d$  علاقة من  $A \times A$  إلى  $R^*$  معرفة كما يلي:  $d(a,b) = \begin{cases} 1 & , a \neq b \\ 0 & , a = b \end{cases}$

برهن أن  $d: A \times A \rightarrow R^*$  تكون دالة مسافة ( دالة مترية )

