الإجابة النموذجية للاختبار النصفي في أسس الرياضيات لطلاب السنة الثانية بقسم الرياضيات / 2010/2009

1.أ) ضعي علامة (√) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة:

(i) $(\exists x \in Z\, \forall y \in Z : x + y = 0)$ **قضية خاطئة.** √

(ii) $(\exists x \in \Re\, \forall y \in \Re : x + y = y + x)$ **قضية صائبة.** √

(iii) $\sim[(\forall x)(p(x) \to q(x))] \equiv (\exists x)(\sim p(x) \to \sim q(x))$ ×

(iv) $(\exists x)(x \in Q \to x \in Z)$ **قضية صائبة.** √

ب) ضعي خط تحت الإجابة الصحيحة من بين الاجابات المذكورة أمام كل عبارة مما يلي:

(i) إذا كان p,q أي قضيتين فإن القضية $\sim(q \to \sim p)$ تكافيء منطقياً القضية:

{ $p \wedge \sim q$ أو $\sim p \to \sim q$ أو $\sim q \to p$ أو $\underline{q \wedge p}$ }

(ii) ليكن p,q أي قضيتين فإن: { $p \vee q \equiv I$ أو $\underline{(p \wedge q) \vee p \equiv p}$ أو $(p \wedge q) \vee p \equiv q$ أو $p \equiv q$ }

(iii) لتكن p قضية صائبة ،ولتكن q أي قضية فإن $\sim p \to q$ تكون قضية: {غير محددة منطقياً – متناقضة – <u>صائبة منطقياً</u>}

2.أ) عبري عن القضايا التالية بصورة رمزية ثم حددي قيمة صدقها:

i) كل طالبة مجتهدة ستنجح في مقرر أسس الرياضيات

الاجابة: نفرض أن مجموعة الطالبات هي S ، q_x ترمز لـــ x مجتهدة بالرمز ، P_x ترمز لـــ x تنجح في مقرر أسس الرياضيات وبذلك تكون القضية المعطاة على الصورة $(\forall x \in S)(q_x \to P_x)$ وهي قضية غير محددة منطقياً.

ii) توجد أعداد صحيحة تكون فردية وزوجية.

ليكن Z_o مجموعة الأعداد الصحيحة الفردية ، Z_e ترمز لمجموعة الأعداد الصحيحة الزوجية فإن القضية السابقة تكتب بالصورة $(\exists x \in Z)(x \in Z_0 \wedge x \in Z_o)$ وهي قضية خاطئة.

iii) ليس صحيحاً أن: الخيول تغرد أو $2 > 3$.

نرمز للقضية (الخيول تغرد) بالرمز p وبذلك تكون القضية بالصورة $\sim(P \vee (2 > 3))$ وهي قضية صائبة.

ب. بدون استخدام جداول الصدق بيني ما إذا كانت القضية $\sim(p \to \sim q) \wedge (p \vee \sim q)$ صائبة منطقياً أو تناقض أو غير محددة منطقياً.

الاجابة

$$\sim(p \to \sim q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv \sim(\sim p \vee \sim q) \wedge (p \vee \sim q) \equiv (p \wedge q) \wedge (p \vee \sim q)$$
$$\equiv (p \wedge q \wedge p) \vee (p \wedge q \wedge \sim q) \equiv (p \wedge q) \vee O \equiv p \wedge q$$

مما سبق نستنتج أن القضية $\sim(p \to \sim q) \wedge (p \vee \sim q)$ غير محددة منطقياً لأن $p \wedge q$ قد تكون صادقة أو كاذبة.

3.أ) عبري عن القضية التالية بصورة رمزية ثم حددي قيمة صدقها:

إذا كان n عدد صحيح يقبل القسمة على 2 فإن n عدد زوجي

الاجابة

$2|n \to n \in 2Z$ قضية صائبة

ب) ليكن a,b,c,d أي قضايا ،باستخدام قوانين جبر القضايا برهني أن:

$$(a \to c) \vee (b \to d) \equiv (a \wedge b) \to (c \vee d)$$

البرهان

$$(a \to c) \vee (b \to d) \equiv (\sim a \vee c) \vee (\sim b \vee d) \equiv \sim a \vee (c \vee \sim b) \vee d \equiv \sim a \vee \sim b \vee c \vee d$$
$$\equiv \sim (a \wedge b) \vee (c \vee d) \equiv (a \wedge b) \to (c \vee d)$$

4.أ. ليكن p,q أي قضيتين. باستخدام طريقة فرض صواب المقدمة برهني أن: $\sim p \wedge (q \to p) \Rightarrow \sim q$

البرهان

نفرض أن القضية $(\sim p \wedge (q \to p)$ صائبة وهذا يعني أن كلاً من $\sim p$ ، $q \to p$ قضية صائبة، وبما أن $\sim p$ صائبة فإن p تكون خاطئة وبما أن $q \to p$ صائبة، و p خاطئة فإن q يجب أن تكون خاطئة وهذا يعني أن $\sim q$ صائبة ولذلك فإن القضية $(\sim p \wedge (q \to p)) \to \sim q$ صائبة منطقياً وهذا يبرهن أن $\sim p \wedge (q \to p) \Rightarrow \sim q$

ب. اختبري صحة الحجة المنطقية: $(A \wedge B) \to C, (A \to C) \to D, \sim B \vee E, \therefore B \to (D \wedge E)$

الاجابة:

1)	$(A \wedge B) \to C$	مقدمة1
2)	$(A \to C) \to D$	مقدمة2
3)	$\sim B \vee E$	مقدمة3
4)	$\sim (A \wedge B) \vee C$	(1) ،قاعدة التعويض
5)	$(\sim A \vee \sim B) \vee C$	(4) ،قانون دي مورجان
6)	$(\sim B \vee \sim A) \vee C$	(5) ،قانون التبديل
7)	$\sim B \vee (\sim A \vee C)$	(6) ،قانون التنسيق
8)	$B \to (\sim A \vee C)$	(7) ،قاعدة التعويض
9)	$B \to (A \to C)$	(8) ،قاعدة التعويض
10)	$B \to D$	(2)،(9)، القياس المنطقي للفرض
11)	$\sim B \vee D$	(10) ،قاعدة التعويض
12)	$(\sim B \vee D) \wedge (\sim B \vee E)$	(3)،(11)، الوصل المنطقي
13)	$\sim B \vee (D \wedge E)$	(12) قانون التوزيع
14)	$\therefore B \to (D \wedge E)$	(13) قاعدة التعويض

إذاً الحجة صائبة منطقياً.