

المعهد العالي لإعداد المعلمين بزلين

الامتحان الثاني في مادة أسس الرياضيات للسنة الثانية بقسم الرياضيات 2002 - 2003

أجب عن فقرتين فقط من كل سؤال من الأسئلة التالية:

1. أ) ليكن R, Q, T علاقات على المجموعة A برهن أن:

$$(Q \circ R) \cap T = \emptyset \text{ إذا وفقط إذا } (T \circ R^{-1}) \cap Q = \emptyset$$

ب) ناقش صحة العبارة التالية: ليكن R علاقة على المجموعة A فإن R علاقة عاكسة إذا وفقط إذا كان $R \subseteq I_A$

ج) ليكن R علاقة على المجموعة A برهن أن R علاقة متخالفة إذا وفقط إذا كان $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$

د) في المجموعة المرتبة كلياً برهن أنه يوجد على الأكثر عنصر واحد أعظمي وهذا العنصر هو نفسه العنصر الأكبر.

2. أ) ناقش العلاقة $R = \{(x, y) : y - x \in A, y - x \neq 0\}$ المعرفة على المجموعة $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$ من حيث

كونها عاكسة ، متماثلة ، متخالفة ، ناقلة ، لا انعكاسية؟

ب) ليكن كل من R و Q علاقة ، وليكن A, B, C مجموعات غير خالية برهن أنه إذا كان $R \subseteq A \times B$ و

$$Q \subseteq B \times C \text{ فإن } Q \circ R \subseteq A \times C$$

ج) لتكن كل من R, Q علاقة على المجموعة A وبفرض أن R علاقة عاكسة ، Q علاقة عاكسة ومتعدية. برهن أن:

$$R \subseteq Q \text{ إذا وإذا كان فقط } R \circ Q = Q$$

د) ناقش صحة العبارة التالية: إذا كان A مجموعة غير مرتبة كلياً وكان $B \subseteq A$ فإن B غير مرتبة كلياً.

3. أ) لتكن S كل الدول في قارة أفريقيا ، عرفت العلاقة R على S كالتالي:

$$R = \{(A, B) : B \text{ تحد } A\}$$

هل R علاقة متخالفة؟ أم متماثلة؟ أم ناقلة؟

ب) أذكر أمثلة لعلاقات R, Q, T معرفة على المجموعة Z بحيث تكون R انعكاسية ومتماثلة وليست متعدية

، Q انعكاسية ومتعدية وليست متماثلة ، بينما T متماثلة ومتعدية وليست انعكاسية.

ج) ليكن $R = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : \exists n \in \mathbb{Z} \exists x = 2^n y\}$ برهن أن R علاقة تكافؤ.

د) برهن أن المجموعة المرتبة ترتيباً حسناً تكون مرتبة ترتيباً كلياً.

4. أ) ليكن $R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} : b \text{ يقسم } a\}$ برهن أن R علاقة عاكسة ومتخالفة.

ب) لتكن R علاقة عاكسة على المجموعة B برهن أن R علاقة تكافؤ إذا وإذا كان فقط $(a, b), (a, c) \in R$ يؤدي

إلى أن $(b, c) \in R$

ج) ليكن G علاقة ترتيب جزئي على المجموعة A برهن أن G^{-1} تكون أيضاً علاقة ترتيب جزئي على A .

د) ليكن $A = \{2, 6, 9, 10, 13\}$ وليكن $R = \{(x, y) \in A \times A : x \geq y\}$ فأوجد بالنسبة للعلاقة R كل من:

أصغر عنصر في A ، أكبر عنصر في A ، العنصر الأعظمي في A ، العنصر الأصغري في A

انتهت الأسئلة مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح (أ. محمد العنبر) 24. 3. 2003.