

س1.أ) برهن أن  $2 + 5 + 8 + \dots + (3n-1) = \frac{1}{2}n(3n+1)$  (5 درجات)

ب) ليكن كلاً من  $\{A_i\}_{i \in I}$  و  $\{B_i\}_{i \in I}$  عائلة مجموعات مفهرسة فإذا كان  $A_i \subseteq B_i, \forall i \in I$  برهن أن:

(5 درجات) 
$$\bigcup_{i \in I} A_i \subseteq \bigcup_{i \in I} B_i$$

س2.أ) ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (×) أمام العبارة الخاطئة.

1. لأي ثلاث مجموعات  $A, B, C$  إذا كان  $A \not\subseteq C$  فإن  $A \not\subseteq B$  أو  $B \not\subseteq C$

2. لأي ثلاث مجموعات  $A, B, C$   $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

3. لأي علاقيتين  $R, Q$   $R \circ Q = Q \circ R$

ب) لتكن  $Q$  علاقة من المجموعة  $A$  إلى المجموعة  $B$  ،  $R$  علاقة من المجموعة  $B$  إلى المجموعة  $C$  برهن أن:

(4 درجات)  $dom(R \circ Q) \subseteq dom Q$

س3.أ) ضع خط تحت الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المذكورة أمام كل عبارة:

1. إذا كان  $A \subseteq B$  ،  $x \notin A$  ، فإن  $x \notin B$  ،  $x \notin B^c$  ،  $x \notin A \cup B$  ، لاشيء مما ذكر {

2. لكل عدد حقيقي موجب  $x$  يكون:  $\{x^2 \geq x$  أو  $x^2 > x$  أو  $x^2 = x$  أو  $x^2 \neq x$  أو لاشيء مما ذكر {

3. إذا كان  $x \notin \bigcap_{i \in I} A_i$  فإن:  $\{x \notin A_i \forall i \in I$  ،  $\exists h \in I : x \notin A_h$  ،  $\exists h \in I : x \in A_h$  ، لاشيء مما ذكر {

ب) ليكن  $x$  عدد حقيقي برهن أنه إذا كان  $x \neq 0$  فإن  $\frac{1}{x} \neq 0$  (4 درجات)

س4.أ) أكمل الفراغات التالية بما يناسبها:

1. إذا كان  $P(X)$  يرمز لمجموعة قوى المجموعة  $X$  وكانت  $\phi$  مجموعة خالية فإن:  $P(P(\phi)) = \dots$

2. إذا كانت  $B = \{x : |x-3| < 10\}$  فإن  $B^c = \dots$

3. العلاقة الذاتية على المجموعة  $A$  تعرف كالتالي:  $\dots$

ب) ليكن  $A, B$  أي مجموعتين برهن أن:  $A \subseteq B$  إذا وإذا كان فقط  $A \cap B^c = \phi$  (4 درجات)

س5.أ) ليكن  $T, S, R$  علاقات على المجموعة  $A$  برهن أن:  $(S \cap T) \circ R \subseteq (S \circ R) \cap (T \circ R)$  (5 درجات)

ب) وضح ما إذا كان البرهان صحيح أو خاطئ مع تصويب الخطأ ( إن وجد ) سواء كان في العبارة نفسها أو في طريقة برهانها:

\* لأي ثلاث مجموعات  $A, B, C$  إذا كان  $A \cap B \neq \phi$  ،  $A \cap C \neq \phi$  فإن  $C \cap B \neq \phi$  (5 درجات)

البرهان:

$$A \cap B \neq \phi \Rightarrow \exists x \in A \cap B \Rightarrow x \in A \text{ and } x \in B \dots\dots\dots(1)$$

$$C \cap B \neq \phi \Rightarrow \exists x \in C \cap B \Rightarrow x \in C \text{ and } x \in B \dots\dots\dots(2)$$

من (1) ، (2) نجد أن:  $x \in A \text{ and } x \in C \Rightarrow x \in A \cap C \Rightarrow A \cap C \neq \phi$