

أجمل ما في الحياة أن تبني جسراً من الأمل فوق بحيرة من اليأس.
سر النجاح في السعي للنجاح.

أخي الطالب...تذكر أن:

- الثقة في النجاح تعني دخولك معركة النجاح منتصراً بنفسية عالية والذي لا يملك الثقة بالنفس يبدأ معركته منهزماً.
- الطريق الحقيقي للنجاح هو بذل الجهد والاجتهاد وأن ما نحصل عليه دون جهد أو ثمن فليس ذي قيمة.
- لا يوجد في الحياة فشل بل خبرات وتجارب.
- الناجحون يتقنون دائماً في قدرتهم على النجاح.
- الإنسان يملك طاقات كبيرة وقوى خفية يحتاج أن يزيل عنها غبار التقصير والكسل... فأنت أقدر مما تتصور وأقوى مما تتخيل وأذكى بكثير مما تعتقد.... أشطب كل الكلمات السلبية عن نفسك مثل:
" لا أستطيع - لست ذكياً - لا أفهم - أرتبك - أنسى " وردد باستمرار: " أنا أستحق الأفضل - أنا مبدع - أنا ممتاز أنا قادر على النجاح بتفوق "
- محاولة النهوض من السقوط أفضل من أن تُداس بالأقدام وأنت مُلقى على الأرض.
- اسأل نفسك دائماً مم تخاف (وقل لن يصيبنا إلا ما كتب الله لنا)

جامعة المرقب

كلية الآداب والعلوم - زليتن

اختبار الدور الأول للسنة الأولى بقسم الرياضيات في مقرر أسس الرياضيات

العام الجامعي 2006 - 2007

غير مسموح باستعمال الآلة الحاسبة

في هذا الاختبار 6 أسئلة والمطلوب الإجابة على جميع الأسئلة.

تكون الإجابة في نفس أوراق الأسئلة وفي الفراغ المعد لذلك.

الكتابة تكون بقلم الحبر الجاف ولن يعتد بالإجابة المكتوبة بقلم الرصاص.

تمنيتي للجميع بالتوفيق والنجاح..... 2007/5/21

نابغة الخط التركي الشهير: محمد أسعد اليساري لقب باليساري لأنه كان يكتب بيده اليسرى، ولد في استانبول مصاباً بالشلل في جانبه الأيمن، وكان جانبه الأيسر هو الآخر مصاباً بالرعشة، فهو ذو بدن وصفه القدماء بأنه "عبرة القدر" ومع ذلك فقد استطاع بهذا الجسم العليل أن يفتح طريقاً جديداً في خط التعليق الفارسي. أصبح اليساري معلماً للخط في البلاط العثماني، ويعتبر أشهر من أجاد خط التعليق في الدولة العثمانية على الإطلاق بالرغم من أنه كان ضعيف الجثة ضئيل الحجم، حتى إنهم كانوا يحملونه بهذا البدن العليل في سلة؛ لينقلوه من مكان إلى آخر، ولكنه مع التصميم، والإرادة، والهمة العالية أضحى ذكره خالداً، ولامعاً في تاريخ هذا الفن العظيم.

لاحظ أن التعلل بالمعاذير، والتماس المسوغات من أعظم الأسباب التي نعلق عليها إخفاقنا، ونسوغ بها أخطاءنا، وعجزنا، وعودنا. وكثيراً ما تكون تلك المعاذير، والمسوغات مجرد أوهام لا حقيقة تحتها، فلا تزال تلك الأوهام تكبر شيئاً فشيئاً حتى تكون لنا سداً منيعاً، حجارته سوء الظن أحياناً، وتخذيل النفس أحياناً، والشك في النتائج والخوف من الإخفاق أحياناً أخرى. وقد تكون تلك المعاذير كحال من يتعلل بقلته الذكاء، أو عدم النبوغ، وكحال من يتعلل بسوء الحظ، وقلة التوفيق، وبأن الظروف لم تُواته، ولم تأت على وفق ما يريد، وكحال من يتعلل بتربيته الأولى، وأنه قد فُصّر فيها، فلم يُوجّه الوجهة الصحيحة؛ فأخفق، ولم يعد قادراً على استدراك ما فات. **ولكن تذكر أنه** لا يليق بالعاقل أن يستسلم، أو أن يسترسل مع الأعداء؛ فمهما يكن من شيء فإن الفرصة متاحة، وأن باب النجاح مفتوح على مصراعيه لمن أراد المعالي وسعى لها سعيها.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

(قَالَ رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي • وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي • وَاحْلُلْ عُقْدَةً مِنْ لِسَانِي • يَفْقَهُوا قَوْلِي)

السؤال الأول: (5 × 1.5 = 7.5 درجة)

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (×) أمام العبارة الخاطئة.

1. إذا كانت g دالة أحادية ، f دالة فوقية فإن $g \circ f$ دالة أحادية فوقية ×

2. لأي مجموعتين A, B فإن $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$ ×

3. القضية التالية خاطئة (بغداد عاصمة العراق أو $\sqrt{36} = 5$) ×

4. إذا كان $R \circ R \subseteq R$ فإن العلاقة R تكون ناقلة. ✓

5. إذا كانت $A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$ فإن $\inf A = 0$ ✓

السؤال الثاني: ضع خط تحت الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المذكورة أمام كل عبارة: (5 × 1.5 = 7.5 درجة)

1. إذا كان $x \notin \bigcup_{i \in I} A_i$ فإن: $\{ \exists h \in I \exists x \in A_h , \exists h \in I \exists x \notin A_h , x \notin A_i \forall i \in I \}$

2. كل دالة ثابتة تكون: { فوقية - ليست فوقية - تناظر أحادي - أحادية - ليست أحادية - لاشيء مما ذكر }

3. العلاقة $R = \{(x, y) : x < y\}$ المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} تكون:

{ متماثلة - عاكسة - متخالفة - لاشيء مما ذكر }

4. إذا كان $R \cap R^{-1} = \emptyset$ فإن R^{-1} تكون علاقة: { ليست عاكسة - متماثلة - متخالفة - لاشيء مما ذكر }

5. العلاقة { y تقبل القسمة على x } $R = \{(x, y) : x$ تقبل القسمة على $y\}$ تكون علاقة:

{ غير عاكسة - لا انعكاسية - متماثلة - ترتيب كلي - تكافؤ - ترتيب حدي - لاشيء مما ذكر }

* الناجحون يثقون دائماً في قدرتهم على النجاح. * تجاهل الناس الذين يرددون دائماً وأبداً كلمة مستحيل.
* لا تقارن نفسك بالآخرين وإذا كان ذلك، فلا تقارن نفسك بالفاشلين * لا تضق ذرعاً بالمحن فإنها تصقل الرجال، وتقدح العقل، وتشعل الهمم. * من لم يكن له في بدايته احتراق لم يكن له في نهايته إشراق، ومن جد في شبابه ساد في شيخوخته.
* إن الفشل في تحقيق ما تريد أمر طبيعي في العالم الذي نعيش فيه وليس الفشل هو الذي يجعل منا فاشلين لكن إذا توقفنا عن المحاولات وقبلنا هذا الفشل نكون فاشلين.

الثقة في النفس طريق النجاح والنجاح يدعم الثقة في النفس ،والخوف من أي محاولة جديدة طريق حتمي للفشل ،ورؤيتك السلبية لنفسك سبب فشلك في الحياة ،ورؤيتك الايجابية لنفسك تدفعك دائماً إلى النجاح.

السؤال الثالث: أكمل ما يأتي: (15 درجة)

1. إذا كان $A = \{0.1, 0.01, 0.001, 0.0001, \dots\}$ فإن:

$$\text{Max } A = \boxed{0.1} \quad , \quad \text{inf } A = \boxed{0} \quad , \quad \text{sup } A = \boxed{0.1}$$

2. إذا كان $A = [-5, 5)$ فإن:

$$\text{Max } A = \boxed{\text{غير موجود}} \quad , \quad \text{inf } A = \boxed{-5} \quad , \quad \text{أصغر حد علوي} \boxed{5}$$

3. ليكن $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ وليكن $R = \{(x, y) \in A \times A : x|y\}$ فإنه بالنسبة للعلاقة R يكون:

أصغر عنصر في A هو $\boxed{1}$ ، العنصر الأصغر في A هو $\boxed{1}$ ، العنصر الأعظم في A هو $\boxed{5, 4, 3}$

4. العلاقة R ليست عاكسة على المجموعة A إذا كان: $\boxed{\text{هناك } x \in A \text{ بحيث } (x, x) \notin R}$

5. القضية $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{N} : x < y$ يعبر عنها لفظياً كالتالي: $\boxed{\text{كل عدد حقيقي يوجد عدد طبيعي أكبر منه.}}$

6. القضية $(xy = 0)$ إذا وإذا كان فقط $(x = 0 \text{ أو } y = 0)$ تكتب رمزياً كالتالي: $\boxed{xy = 0 \leftrightarrow (x = 0 \vee y = 0)}$

$$\sim (\forall x \exists y \forall z, x^2 + y^3 - z = 36) \equiv \boxed{\exists x \forall y \exists z, x^2 + y^3 - z \neq 36} \quad .7$$

8. تعريف علاقة الترتيب الحسن هو: $\boxed{\text{علاقة الترتيب الجزئي المعرفة على المجموعة } A \text{ تكون علاقة ترتيب حسن إذا}}$

$\boxed{\text{وإذا كان فقط لكل مجموعة جزئية غير خالية من } A \text{ أصغر عنصر.}}$

9. القضية هي: $\boxed{\text{جملة خبرية مفيدة وتكون إما صادقة أو كاذبة وليس الاثنان معاً.}}$

10. تعريف علاقة الترتيب الجزئي هو: $\boxed{\text{العلاقة } R \text{ المعرفة على المجموعة } A \text{ تكون علاقة ترتيب جزئي إذا وإذا كان}}$

$\boxed{\text{فقط } R \text{ علاقة عاكسة ومتخالفة وناقلة.}}$

الرياضيات نتاج العلوم ورمزها المجلد تتبارى العلوم الأخرى في الاقتراب
منها والتسلح بلغتها

• النجاح فكرياً يبدأ وشعوراً يدفع ويحفز وعملاً وصبراً يُترجم.
* النجاح عمل وجد وتضحية وصبر ومن منح طموحه صبراً وعملاً وجداً حصداً نجاحاً وثماراً.. فاعمل واجتهد
وابذل الجهد لتحقيق النجاح والطموح والهدف.. فمن جدّ وجد ومن زرع حصداً.

السؤال الرابع: (10 درجات)

(أ) ليكن p, q, r أي قضايا. باستخدام طريقة فرض خطأ النتيجة برهن أن: $\sim q \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow \sim q$

(ب) اثبت أن العلاقة $R = \left\{ (x, y) : \frac{x-y}{5} = h \in Z \right\}$ المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة Z تكون علاقة

تكافؤ ثم أوجد صفوف التكافؤ.

الإجابة:

(أ) نفرض أن $\sim q$ خاطئة وهذا يؤدي إلى أن $\sim q \wedge (p \rightarrow q)$ خاطئة وبذلك تكون القضية $(\sim q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \sim q$ صائبة. وهذا يبرهن أن: $\sim q \wedge (p \rightarrow q) \Rightarrow \sim q$

(ب) (1) لكل $x \in Z$ يكون $\frac{x-x}{5} = 0 \in Z$ ولذلك $(x, x) \in R$ لكل $x \in Z$ وهذا يبرهن أن R علاقة عاكسة.

(2) نفرض أن $(x, y) \in R$ وهذا يعني أن $\frac{x-y}{5} = h \in Z$ وهذا يؤدي إلى أن $\frac{y-x}{5} = -h \in Z$ وهذا يعني أن $(y, x) \in R$ وبذلك فإن R علاقة متماثلة.

(3) نفرض أن $(x, y) \in R$ و $(y, z) \in R$ وهذا يعني أن $\frac{x-y}{5} = h \in Z$ و $\frac{y-z}{5} = k \in Z$ وبالجمع نحصل على

$$\frac{x-z}{5} = h + k = c \in Z \text{ أي أن } (x, z) \in R \text{ وهذا يبرهن أن } R \text{ علاقة ناقلة.}$$

من (1)، (2)، (3) نستنتج أن R علاقة تكافؤ.

صفوف التكافؤ هي:

$$[0] = \{ \dots, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \dots \} , [1] = \{ \dots, -9, -4, 1, 6, 11, 16, \dots \} , [2] = \{ \dots, -8, -3, 2, 7, 12, \dots \}$$

$$[3] = \{ \dots, -7, -2, 3, 8, 13, \dots \} , [4] = \{ \dots, -6, -1, 4, 9, 14, \dots \}$$

ليست المشكلة أن تخطئ، حتى لو كان خطأك جسيماً، وليست الميزة أن تعرف بالخطأ وتتقبل النصيحة، إنما العمل الجبار الذي ينتظرك حقاً هو أن لا تعود للخطأ أبداً.

الفرق بين الناجح والفاشل

الناجح يفكر في الحل والفاشل يفكر في المشكلة - الناجح لا تتضرب أفكاره والفاشل لا تتضرب أذاره - الناجح يساعد الآخرين والفاشل يتوقع المساعدة من الآخرين - الناجح يرى حلاً لكل مشكلة والفاشل يرى مشكلة في كل حل - الناجح يقول: الحل صعب لكنه ممكن والفاشل يقول: الحل ممكن لكنه صعب - الناجح ينظر إلى المستقبل ويتطلع إلى ما هو ممكن والفاشل ينظر إلى الماضي ويتطلع إلى ما هو مستحيل - الناجح يصنع الأحداث والفاشل تصنعه الأحداث - الناجح لديه أحلام يحققها والفاشل لديه أوهاام وأضغاث أحلام يبدها - الناجح يناقش بقوة وبلغة لطيفة والفاشل يناقش بضعف وبلغة فظة - الناجح يعتبر الإنجاز التزاماً يليه والفاشل لا يرى في الإنجاز أكثر من وعد يعطيه - الناجح يختار ما يقول والفاشل يقول ما يختار - الناجح يتمسك بالقيم ويتنازل عن الصغائر والفاشل يتشبث بالصغائر ويتنازل عن القيم.

السؤال الخامس: (12 درجة)

(أ) ليكن $\{A_i\}_{i \in I}$ عائلة مجموعات مفهرسة، و B مجموعة. برهن أن:

$$(i) \text{ إذا كان } A_i \subseteq B \quad \forall i \in I \text{ فإن } \bigcup_{i \in I} A_i \subseteq B \quad (ii) \text{ إذا كان } B \subseteq A_i \quad \forall i \in I \text{ فإن } B \subseteq \bigcap_{i \in I} A_i$$

(ب) إذا كانت R علاقة على المجموعة A برهن أن R علاقة متخالفة إذا وإذا كان فقط $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$

الإجابة:

$$x \in \bigcup_{i \in I} A_i \Rightarrow \exists h \in I \exists x \in A_h \Rightarrow x \in B \Rightarrow \bigcup_{i \in I} A_i \subseteq B \quad (i) \quad (أ)$$

$$x \in B \Rightarrow x \in A_i \quad \forall i \in I \Rightarrow x \in \bigcap_{i \in I} A_i \Rightarrow B \subseteq \bigcap_{i \in I} A_i \quad (ii)$$

(ب) أولاً: نفرض أن R علاقة متخالفة على المجموعة A ونبرهن أن $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$

$$(x, y) \in R \cap R^{-1} \Rightarrow (x, y) \in R \wedge (x, y) \in R^{-1} \Rightarrow (x, y) \in R \wedge (y, x) \in R$$

وبما أن R علاقة متخالفة فإن $(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Rightarrow x = y$ وعليه فإن $(x, y) \in I_A$

وبذلك نستنتج أن $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$

ثانياً: نفرض أن $R \cap R^{-1} \subseteq I_A$ ونبرهن أن R علاقة متخالفة على المجموعة A

$$(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \Rightarrow (x, y) \in R \wedge (x, y) \in R^{-1} \Rightarrow (x, y) \in R \cap R^{-1} \\ \Rightarrow (x, y) \in I_A \Rightarrow x = y$$

وهذا يبرهن أن R علاقة متخالفة على المجموعة A

* بعض الناس يفشلون باستمرار لأنهم ألفوا بعض الكلمات المحببة مثل: هذا مستحيل - صعب - لا أقدر - هل فعلها أحد قبلنا - تعبت من كثرة الإحباط والفشل الذي مررت به.
* ليس المهم ما حدث لك في الماضي ولكن ماذا ستفعل الآن هو الذي سيصنع الفرق في حياتك. وحتى تتغير الأمور يجب أن تغير نفسك وليس الآخرين.

* النجاح يبدأ من الحالة النفسية للفرد ،فعليك أن تؤمن بأنك ستنتج - بإذن الله - من أجل أن يكتب لك فعلا النجاح.
* الناجحون لا ينجحون وهم جالسون لاهون ينتظرون النجاح ولا يعتقدون أنه فرصة حظ وإنما يصنعونه بالعمل والجد والتفكير والحب واستغلال الفرص والاعتماد على ما ينجزونه بأيديهم.

السؤال السادس: (8 درجات)

أ) إذا كان $f: A \rightarrow B$ دالة ،وكلاً من C, D مجموعة جزئية من A برهن أن: $f(C) - f(D) \subseteq f(C - D)$
ب) إذا كان $f: A \rightarrow B$ ، $g: B \rightarrow C$ دالتين وكانت $g \circ f$ دالة فوقية برهن أن g تكون دالة فوقية.

الإجابة:

أ) $y \in f(C) - f(D) \Rightarrow y \in f(C), y \notin f(D) \Rightarrow \exists x \in C \ni y = f(x), f(x) \notin f(D) \Rightarrow x \notin D$
 $\Rightarrow \exists x \in C - D \ni y = f(x) \Rightarrow y \in f(C - D)$
 $\Rightarrow f(C) - f(D) \subseteq f(C - D)$

ب) نفرض أن $z \in C$ وبما أن $g \circ f$ دالة فوقية فإنه يوجد $x \in A$ بحيث $(g \circ f)(x) = z$ أي أن $g(f(x)) = z$ وبما أن $f(x)$ عنصر في المجموعة B فإن g دالة فوقية.

- أذهب خلف حلمك مع رغبة جادة وعزم وتصميم فيما أن تنجح و إما أن تتعلم وتكبر.
- ربما ما يراه الناس منك فشل هو بالحقيقة خطوة نحو نجاحك الأكيد لذلك أريدك أن تصعد فوق فشلك ولو شغلت فكرك بالنجاح ستنتج بإذن الله ولو شغلت فكرك بالفشل ستفشل.

وما نيل المطالب بالتمني
وما استعصى على قوم منال
ولكن تؤخذ الدنيا غلابا
إذا الإقدام كان لهم ركاباً