- الطريق الحقيقي للنجاح هو بذل الجهد والاجتهاد وإن ما نحصل عليه دون جهد أو ثمن فليس ذي قيمة.
- الثقة في النجاح تعني دخولك معركة النجاح منتصرا بنفسية عالية والذي لا يملك الثقة بالنفس يبدأ معركته منهزما.
- اسأل نفسك دائماً مم تخاف (وقل لن يصيبنا إلا ما كتب الله لنا)
- الناجحون يثقون دائماً في قدرتهم على النجاح.
- تجاهل الناس الذين يرددون دائماً وأبداً كلمة مستحيل.
- لا تقارن نفسك بالآخرين وإذا كان ذلك ،فلا تقارن نفسك بالفاشلين.

الجماهيرية العربية الليبية الشعبية الاشتراكية العظمى

اللجنة الشعبية العامة للتعليم العالي

جامعة المرقب

كلية الآداب والعلوم – زليتن

امتحان الدور الأول للسنة الأولى بقسم الرياضيات في مقرر **أسس الرياضيات**

العام الجامعي 2007 – 2008

موعد الامتحان: الأحد الموافق 8. 6 . 2008 من الساعة 8:00 إلى الساعة 11:00 صباحاً.

غير مسموح باستعمال الآلة الحاسبة

في هذا الامتحان 8 أسئلة والمطلوب الإجابة على 6 أسئلة فقط بشرط أن تكون الأسئلة الأربعة الأولى من بينها.

تكون الإجابة في نفس أوراق الأسئلة وفي الفراغ المعد لذلك.

الكتابة تكون بقلم الحبر الجاف ولن يعتد بالإجابة المكتوبة بقلم الرصاص.

تأكد أن صفحات هذا الامتحان مرقمة من 1 إلى 6

تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح.............. أ. محمد أحمد حمودة

" رب أدخلني مدخل صدق وأخرجني مخرج صدق واجعل لي من لدنك سلطانا نصيرا "

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

﴿ قَالَ رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي ۝ وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي ۝ وَاحْلُلْ عُقْدَةً مِنْ لِسَانِي ۝ يَفْقَهُوا قَوْلِي ﴾

الإجابة النموذجية

س1. ضع علامة √ أمام العبارة الصحيحة وعلامة × أمام العبارة الخاطئة مع التعليل(غير مطلوب منك برهان ،يكفي ذكر مُبرر مناسب أو تعريف أو مبرهنة:

1 . كل علاقة ترتيب جزئي تكون علاقة ترتيب كلي. ×

لأنه في علاقة الترتيب الجزئي لا يشترط أن يكون كل عنصرين قابلين للمقارنة والمثال على ذلك علاقة القسمة على الأعداد الطبيعية علاقة ترتيب جزئي ولكنها ليست ترتيب كلي حيث 2 لا يقسم 3 وكذلك 3 لا يقسم 2

2. المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$ متقاربة. √ **لأنها متسلسلة** p **حيث** $p=3>1$

3. القضية: (ليبيا في قارة أفريقيا أومدينة الرياض في المغرب) صائبة منطقياً. √

لأن القضية المركبة $p\vee q$ **تكون صائبة إذا كان** p **أو** q **صائبة أو كليهما وهنا القضية (ليبيا في قارة أفريقيا) صائبة.**

4. ليكن $R=\{(x,y):x+y\geq 2\}$ علاقة معرفة على المجموعة $A=\{1,2,3,4,5\}$ فإن أصغر عنصر في A بالنسبة للعلاقة R هو 1 ×

لأن العلاقة R **ليست علاقة ترتيب جزئي (علاقة غير متخالفة حيث** $(1,3)\in R,(3,1)\in R$ **ولكن** $1\neq 3$ **)**

5. إذا كانت $A=(-5,10)$ فإن $Min\ A=-5$ ×

$Min\ A$ **غير موجود لأن** $-5\notin(-5,10)$

س2. فيما يلي إذا كانت العبارة صحيحة برهن وإذا كانت خاطئة أعط مثالاً يوضح ذلك.

1. إذا كانت A,B مجموعتين فإن $A-B\subseteq A$ √

البرهان: $x\in A-B\Rightarrow x\in A, x\notin B\Rightarrow x\in A$

2. مجموعة الأعداد الطبيعية IN مرتبة ترتيباً حسناً بالعلاقة $R=\{(x,y):x|y\}$ ×

لأنه توجد مجموعات جزئية من IN **لا تحتوي على أصغر عنصر والمثال على ذلك المجموعة** $\{2,4,5,10\}$

الثقة في النفس طريق النجاح والنجاح يدعم الثقة في النفس ،والخوف من أي محاولة جديدة طريق حتمي للفشل ،ورؤيتك السلبية لنفسك سبب فشلك في الحياة ،ورؤيتك الايجابية لنفسك تدفعك دائماً إلى النجاح.

أجمل ما في الحياة أن تبني جسراً من الأمل فوق بحيرة من اليأس.
سر النجاح في السعي للنجاح.

3. إذا كان n^2 عدد صحيح فردي فإن n عدد صحيح فردي. ×

ليس من الضروري أن يكون n عدد صحيح فردي عندما يكون n^2 عدد صحيح فردي والمثال على ذلك $(\sqrt{3})^2 = 3$ عدد صحيح فردي ولكن $\sqrt{3}$ عدد غير قياسي.

4. إذا كانت R علاقة ناقلة ولا انعكاسية على المجموعة غير الخالية A فإن R ليست دالة. √

البرهان: نفرض أن $a,b,c \in A$ حيث $(a,b),(b,c) \in R$
بما أن R علاقة ناقلة فإن $(a,c) \in R$ وبما أن R لا انعكاسية فإن $b \neq c$ وهذا يعني أن العنصر a له صورتان وهذا يعني أن R ليست دالة.

5. إذا احتوت المجموعة المرتبة جزئياً على أكبر عنصر فهو وحيد. √

البرهان: نفرض أن A مجموعة مرتبة جزئياً بالعلاقة R حيث كل من a,b هو عنصر أصغر في المجموعة A وهذا يعني أن $(a,b),(b,a) \in R$ وبما أن R علاقة متخالفة فإن $a = b$ أي أن العنصر الأصغر وحيد

س3. ضع خط تحت الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المذكورة أمام كل عبارة:

1. إذا كان $x \notin \bigcup_{i \in I} A_i$ فإن: $\{ \exists h \in I \ni x \in A_h \ , \ \exists h \in I \ni x \notin A_h \ , \ \underline{x \notin A_i \forall i \in I} \}$

2. المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2+1}$ { متقاربة شرطاً – متباعدة – <u>متقاربة مطلقاً</u> – لاشيء مما ذكر }

3. القضية $(p \vee q) \leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$ تكون: {صائبة منطقيا – <u>تناقض</u> – غير محددة منطقياً – لاشيء مما ذكر }

4. المتتالية $\left\{ (-1)^{2n} \frac{n+1}{n+2} \right\}_{n=1}^{\infty}$ تكون: { <u>متقاربة</u> – متباعدة – لاشيء مما ذكر }

5. العلاقة $R = \{(x,y) : x + 2y \geq 1\}$ المعرفة على المجموعة Z تكون علاقة:

{ <u>غير عاكسة</u> – عاكسة – متماثلة – تكافؤ – ترتيب حدي – لا شيء مما ذكر }

الإنسان يملك طاقات كبيرة وقوى خفية يحتاج أن يزيل عنها غبار التقصير والكسل ... فأنت أقدر مما تتصور وأقوى مما تتخيل وأذكى بكثير مما تعتقد..... أشطب كل الكلمات السلبية عن نفسك مثل: " لا أستطيع – لست ذكياً – لا أفهم – أرتبك – أنسى " وردد باستمرار: " أنا أستحق الأفضل – أنا مبدع – أنا ممتاز - أنا قادر على النجاح بتفوق "

الناجحون لا ينجحون وهم جالسون لاهون ينتظرون النجاح ولا يعتقدون أنه فرصة حظ وإنما يصنعونه بالعمل والجد والتفكير واستغلال الفرص والاعتماد على ما ينجزونه بأيديهم.

س4. أكمل ما يأتي:

1.إذا كان $A=\{(0.1)^n : n\in N\}$ فإن: $\sup A =$ ......**0.1**...... ، $\inf A =$ ......**0**......

2.نصف قطر تقارب المتسلسلة $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{4^n}x^n$ يساوي ......**4**......

3.ليكن $A=\{2,4,5,10\}$ وليكن $R=\{(x,y)\in A\times A : x|y\}$ فإنه بالنسبة للعلاقة R يكون:

أصغر عنصر في A ......**غير موجود**...... العنصر الأعظمي في A ......**4،10**......

4. العلاقة R ليست متماثلة على المجموعة A إذا كان ......**هناك عنصرين** $x,y\in A$ **بحيث** $(x,y)\in R$ **بينما** $(y,x)\notin R$......

5. القضية $\forall x\in IN \exists y\in Z : x+y=5$ يعبر عنها لفظياً كالتالي: ......**لكل عدد طبيعي يوجد عدد طبيعي آخر بحيث مجموعهما يساوي 5**......

س5. أعطِ (إن وجد) مثالاً مناسباً لكل من:

1.علاقة عاكسة وليست متماثلة.

العلاقة $R=\{(x,y)\in A\times A : x|y\}$ **المعرفة على المجموعة** $A=\{2,4,5,10\}$

2. علاقة R معرفة على مجموعة A تكون علاقة تكافؤ وعلاقة ترتيب جزئي في نفس الوقت.

العلاقة $R=\{(x,y)\ : x=y\}$ **المعرفة على المجموعة** Z

3. متتالية متقاربة من نقطتين مختلفتين. **لا يوجد**

4. قضية مركبة من قضيتين p,q تكون صائبة دائماً مهما كانت قيمة صدق كل من p,q

$$\sim q \vee (P\to q)$$

5. متسلسلة متقاربة شرطاً. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n}$

* **لا تضق ذرعاً بالمحن فإنها تصقل الرجال ،وتقدح العقل ،وتشعل الهمم.**
* **من لم يكن له في بدايته احتراق لم يكن له في نهايته إشراق ،ومن جد في شبابه ساد في شيخوخته.**

س**6**.أ. ليكن كل من $\{A_i\}_{i\in I}$, $\{B_j\}_{j\in J}$ عائلة مجموعات مرقمة برهن أن: $(\bigcap A_i)\times(\bigcap B_j)=\bigcap(A_i\times B_j)$

البرهان: أنظر مذكرة المنهج المقرر

ب. هل المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{e^{n^2}}$ متقاربة أم متباعدة؟ برهن صحة ما تقول.

المتسلسلة متقاربة لأنه باستخدام اختبار النسبة نجد أن: $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^4}{e^{(n+1)^2}}\cdot\frac{e^{n^2}}{n^4}=0<1$

س**7**.أ. برهن أن: $2n+1\le 2^n$ لكل $n\ge 3$

أولاً: بالتجريب $n=3\Rightarrow 2(3)+1=7<8=2^3$ **وكذلك** $n=4\Rightarrow 2(4)+1=9<16=2^4$

ثانياً: نفرض أن المتباينة صحيحة عندما $n=k\ge 3$ **أي أن** $2k+1\le 2^k$................(1)

ثالثاً: عندما $n=k+1$ **نجد أن** $2(k+1)+1=2k+1+2\le 2^k+2\le 2(2^k)=2^{k+1}$................(2)

من (1) ، (2) نستنتج أن المتباينة صحيحة لكل $n\ge 3$

ب. إذا كان كل من $f:A\to B$ ، $g:B\to C$ دالة فوقية برهن أن: $g\circ f:A\to C$ دالة فوقية.

البرهان: أنظر مذكرة المنهج المقرر

س**8**.أ. برهن أن: $R=\left\{(a,b)\in Z\times Z:\frac{a+b}{2}\in Z\right\}$ علاقة تكافؤ على مجموعة الأعداد الصحيحة Z

العلاقة R **عاكسة لأن:** $\frac{a+a}{2}=a\in Z\ \ \forall a\in Z\Rightarrow(a,a)\in R\,\forall a\in Z$

نفرض أن $(a,b)\in R$ **وهذا يعني أن** $\frac{a+b}{2}\in Z$ **ولكن هذا يؤدي إلى أن** $\frac{b+a}{2}\in Z$ **وبالتالي فإن** $(b,a)\in R$ **وهذا يبرهن أن** R **علاقة متماثلة**

نفرض أن $(b,c)\in R$ ، $(a,b)\in R$ **وهذا يعني أن** $\frac{b+c}{2}=k\in Z$ ، $\frac{a+b}{2}=h\in Z$ **ولذلك**

$\frac{a+b}{2}+\frac{b+c}{2}=(h+k)\in Z\Rightarrow\frac{a+c}{2}=(h+k-b)\in Z\Rightarrow(a,c)\in R$ **أي أن** R **علاقة ناقلة**

مما سبق نستنتج أن R **علاقة تكافؤ**

ب. برهن أن كل متتالية متقاربة في IR تكون متتالية كوشي. **البرهان: أنظر مذكرة المنهج المقرر**