

الزمن: ساعتان ونصف

أجب عن جميع الأسئلة التالية:

**السؤال الأول:** في كل مما يأتي برهن أو أعط مثلاً مخالفاً

(1) إذا كان كل من  $f : A \rightarrow B$  ،  $g : B \rightarrow C$  دالة فوقية فإن  $g \circ f : A \rightarrow C$  دالة فوقية.

$$(2) \quad 2 + 5 + 8 + \dots + (3n - 1) = \frac{1}{2}n(3n + 1)$$

(3) العلاقة  $R = \left\{ (a, b) : \frac{a + 2b}{3} \in Z \right\}$  المعرفة على مجموعة الأعداد الصحيحة  $Z$  تعتبر علاقة تكافؤ.

(4) لأي مجموعة محدودة  $A$  من الأعداد غير القياسية يكون  $\sup A$  عدد غير قياسي.

(5)  $\sqrt{3}$  عدد غير قياسي.

(6) إذا كان  $x, y \in IR$  ،  $x^2 + y^2 \neq 0$  فإن  $x \neq 0, y \neq 0$

(22 درجة)

**السؤال الثاني:** (أ) باستخدام جداول الصدق برهن صحة الحجة المنطقية التالية:  $\sim S \therefore \sim (E \wedge \sim W)$  ،  $W$

(ب) باستخدام قوانين جبر القضايا برهن أن:  $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r) \equiv p \rightarrow (q \rightarrow r)$

(ج) لتكن  $f : A \rightarrow B$  دالة تقابلية. برهن أن  $f^{-1} : B \rightarrow A$  دالة تقابلية.

(16 درجة)

**السؤال الثالث:** (أ) ليكن  $(A, R)$  مجموعة مرتبة ترتيباً كلياً برهن أنه يوجد على الأكثر عنصر واحد أصغري

وهذا العنصر هو نفسه العنصر الأصغر.

(ب) ليكن كل من  $\{A_i\}_{i \in I}$  ،  $\{B_j\}_{j \in J}$  عائلة مجموعات مرقمة برهن أن:  $(\bigcap A_i) \times (\bigcap B_j) = \bigcap (A_i \times B_j)$

(16 درجة)

**السؤال الرابع:** (أ) ليكن  $R$  علاقة متعدية ولا انعكاسية على المجموعة غير الخالية  $A$  برهن أن  $R$  ليست دالة.

(ب) ليكن  $A = \left\{ \left[ \frac{n+1}{n} \right], n \in IN \right\}$  حيث  $[x]$  تعني أكبر عدد صحيح أصغر من أو يساوي  $x$

أوجد (إن وجد) كل من:  $\sup A$  ،  $\inf A$  ،  $\max A$  ،  $\min A$

(16 درجة)

**السؤال الخامس:** (أ) ليكن  $R$  علاقة عاكسة على المجموعة  $B$  برهن أن:

$R$  علاقة تكافؤ إذا وإذا كان فقط  $(a, b), (a, c) \in R$  يؤدي إلى أن  $(b, c) \in R$

(ب) ليكن  $\phi$  مجموعة خالية، أوجد  $P(P(P(\phi)))$  حيث  $P(X)$  ترمز لمجموعة قوى المجموعة  $X$