

الجمهورية العربية الليبية الشعبية الاشتراكية العظمى

اللجنة الشعبية العامة للتعليم العالي

جامعة المرقدج كلية الأحابج والعلوم - زليتن

قسم الرياضيات

الاختبار الثاني في مقرر أسس الرياضيات لطلاب السنة الأولى للعام الجامعي 2008/2007

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية: الزمن: ساعة ونصف

س1. أ) ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (×) أمام العبارة الخاطئة. [6 درجات]

1. لأي ثلاث مجموعات A, B, C ، إذا كان $A \cap B = A \cap C$ فإن $B = C$

2. إذا كان $A = C$ فإن $P(A) = P(C)$ لأي مجموعتين A, C

3. إذا كان $x, y \in \mathbb{R}$ ، $x^2 + y^2 \neq 0$ فإن $x \neq 0, y \neq 0$

ب) لتكن $\{A_i\}_{i \in I}$ عائلة مجموعات مفهرسة. برهن أن: $(\cup A_i)^c = \cap A_i^c$ [4 درجات]

س2. أ) (i) برهن أن $n^4 \leq 2^n$ لكل عدد صحيح موجب n أكبر من أو يساوي 16 [4 درجات]

(ii) برهن أنه لا يوجد عددين صحيحين m, n بحيث $2m + 4n = 7$ [3 درجات]

ب) ضع خط تحت الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المذكورة أمام كل عبارة: [3 درجات]

1. إذا كان $x \notin A \cap B^c$ فإن: $\{x \notin A \text{ or } x \in B, x \notin A \text{ or } x \in B^c, x \notin A \text{ and } x \notin B^c\}$

2. لكل عدد حقيقي x يكون: $\{x \text{ عدد فردي} - x \text{ عدد زوجي} - x \text{ عدد قياسي} - \text{لا شيء مما ذكر}\}$

3. إذا كانت $A = \{1, 2, 3\}$ فإن: $\{1, 2\} \subseteq P(A)$ أو $\{2\} \in P(A)$ أو $\{\{\phi\}\} \in P(A)$ أو $\{3\} \in A$

س3. أ) وضح ما إذا كان برهان العبارة التالية صحيح أو خاطئ مع تصويب الخطأ (إن وجد): [4 درجات]

* لأي ثلاث مجموعات A, B, C إذا كان $A \not\subseteq C$ فإن $A \not\subseteq B$ أو $B \not\subseteq C$

البرهان: نفرض أن $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ ونبرهن أن $A \subseteq C$

$$x \in A \Rightarrow x \in B \Rightarrow x \in C$$

$$\therefore A \subseteq C$$

وبذلك نكون قد برهننا أنه لأي ثلاث مجموعات A, B, C إذا كان $A \not\subseteq C$ فإن $A \not\subseteq B$ أو $B \not\subseteq C$

بقية الأسئلة في الصفحة التالية

المنطق والرياضيات لا يفتنن إلا كما يفتنك الصبي من الرجل

فالمنطق صبا والرياضيات والرياضيات رجولة المنطق.

اعرف نقاط ضعفك وحاول أن تتخلص منها، وحاول أن تعرف مواطن قوتك، وحافظ عليها. لا تستمع إلى أي شخص يحاول أن يسبب لك احباطات أو يقتل من طموحك. قدر ما تركز جهودك في موضوع ما تحقق النجاح المطلوب فيه. ما تخاف منه قد يحصل لك إذا استمررت في التفكير فيه ولذلك فكر دائماً فيما يفرحك وابتعد عما يقلقك.

(ب) ليكن $\{A_i\}_{i \in I}$ عائلة مجموعات مفهسة، و B مجموعة. برهن أن: $B \cup (\bigcap_{i \in I} A_i) = \bigcap_{i \in I} (B \cup A_i)$

[6 درجات]

س4.1) ليكن A, B, C مجموعات برهن أن: إذا كان $A \cap B = \emptyset$ ، $A \cup B = C$ ، فإن $A = C - B$

[5 درجات]

(ب) برهن أن: إذا كان A ، B مجموعتان فإن $A \times B = \emptyset$ إذا وإذا كان فقط $A = \emptyset$ أو $B = \emptyset$

[5 درجات]

س5.1) ليكن $\{A_i\}_{i \in I}$ و $\{B_i\}_{i \in I}$ عائلة مجموعات مفهسة.

[5 درجات]

إذا كان $A_i \subseteq B_i, \forall i \in I$ ، برهن أن: $\bigcap_{i \in I} A_i \subseteq \bigcap_{i \in I} B_i$

(ب) برهن أن المقدار $(2 + \sqrt{3})^n + (2 - \sqrt{3})^n$ يكون عدداً صحيحاً لكل $n \in \mathbb{N}$

[5 درجات]

س6.1) إذا كان a, b أعداد حقيقية موجبة برهن أن $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$

[5 درجات]

(ب) ليكن كل من $\{A_i\}_{i \in I}$ ، $\{B_j\}_{j \in J}$ عائلة مجموعات مرقمة برهن أن:

[5 درجات]

$$\left(\bigcap_{i \in I} A_i \right) - \left(\bigcap_{j \in J} B_j \right) = \bigcap_{i \in I} \left(\bigcup_{j \in J} (A_i - B_j) \right)$$

انتهت الأسئلة تهنيتي للجميع بالتوفيق **2008.1.5**

سؤال إضافي:

برهن أنه إذا كان $\{B_i\}_{i \in I}$ ، $\{C_j\}_{j \in J}$ غطتين مختلفين للمجموعة A فإن المجموعة $\{B_i \cap C_j\}_{(i,j) \in I \times J}$ تكون غطاء للمجموعة A .

[5 درجات]

(ارشاد: يقال بأن المجموعة المفهسة $\{X_i\}_{i \in I}$ هي غطاء للمجموعة A إذا كان $A \subseteq \bigcup_{i \in I} X_i$)

إننا إذا استعرضنا الرياضيات استعراضاً صحيحاً، ولما وجدنا فيها الحقيقة وحسب، بل وجدنا جمالاً سامياً أيضاً، جمال البرودة والقسوة والصرامة. إنه جمال فيه الصفاء والسناء والمقدرة على بلوغ الكمال الذي لا يتأخر إلا لأعظم الفنون.