جامعة المرقب كلية الآداب والعلوم بزليتن

الامتحان الثالث في مادة أسس الرياضيات للسنة الأولى بقسم الرياضيات 2002 – 2003

أجب عن فقرتين فقط من كل سؤال من الأسئلة التالية:

1. أ) ليكن R,Q,T علاقات على المجموعة A برهن أن:

$(Q\circ R)\bigcap T=\phi$ إذا وفقط إذا كان $(T\circ R^{-1})\bigcap Q=\phi$

ب) ناقش صحة العبارة التالية:ليكن R علاقة على المجموعة A فإن R علاقة عاكسة إذا وفقط إذا كان $R\subseteq I_A$

ج) ليكن R علاقة على المجموعة A برهن أن R علاقة متخالفة إذا وفقط إذا كان $R\bigcap R^{-1}\subseteq I_A$

د) في المجموعة المرتبة كلياً برهن أنه يوجد على الأكثر عنصر واحد أعظمي وهذا العنصر هو نفسه العنصر الأكبر.

2. أ) ناقش العلاقة $R=\{(x,y): y-x\in A\ ,\ y-x\neq 0\}$ المعرفة على المجموعة $A=\{0,1,2,3,\ldots,\ldots,15\}$ من حيث كونها عاكسة ، متماثلة ، متخالفة ، ناقلة ، لا انعكاسية؟

ب) ليكن كل من R و Q علاقة ،وليكن $A\ ,B\ ,C$ مجموعات غير خالية برهن أنه إذا كان $R\subseteq A\times B$ و $Q\subseteq B\times C$ فإن $Q\circ R\subseteq A\times C$

ج) لتكن كل من R,Q علاقة على المجموعة A وبفرض أن R علاقة عاكسة، Q علاقة عاكسة ومتعدية. برهن أن:

$R\subseteq Q$ إذا وإذا كان فقط $R\circ Q=Q$

د) ناقش صحة العبارة التالية: إذا كان A مجموعة غير مرتبة كلياً وكان $B\subseteq A$ فإن B غير مرتبة كلياً.

3. أ) لتكن S كل الدول في قارة أفريقيا ،عرفت العلاقة R على S كالتالي:

$R=\{(A,B):\ B$ تحد بـــ $A\}$ هل R علاقة متخالفة؟ أم متماثلة؟ أم ناقلة؟

ب) أذكر أمثلة لعلاقات R ، Q ، T معرفة على المجموعة Z بحيث تكون R انعكاسية ومتماثلة وليست متعدية ،Q انعكاسية ومتعدية وليست متماثلة ،بينما T متماثلة ومتعدية وليست انعكاسية.

ج) ليكن $R=\{(x,y)\in IN\times IN: \exists n\in Z \ni x=2^n y\}$ برهن أن R علاقة تكافؤ.

د) برهن أن المجموعة المرتبة ترتيباً حسناً تكون مرتبة ترتيباً كلياً.

4. أ) ليكن $R=\{(a,b)\in IN\times IN:\ b$ يقسم $a\}$ برهن أن R علاقة عاكسة ومتخالفة.

ب) لتكن R علاقة عاكسة على المجموعة B برهن أن R علاقة تكافؤ إذا وإذا كان فقط $(a,b),(a,c)\in R$ يؤدي إلى أن $(b,c)\in R$

ج) ليكن G علاقة ترتيب جزئي على المجموعة A برهن أن G^{-1} تكون أيضا علاقة ترتيب جزئي على A.

د) ليكن $A=\{2,6,9,10,13\}$ وليكن $R=\{(x,y)\in A\times A: x\geq y\}$ فأوجد بالنسبة للعلاقة R كل من:

أصغر عنصر في A ، أكبر عنصر في A ، العنصر الأعظمي في A ، العنصر الأصغري في A

انتهت الأسئلة ...... مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح..... أ.محمد أحمد حمودة 24 .3 .2003