

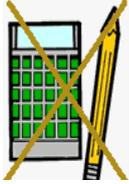
جامعة المرقب

كلية الآداب والعلوم - زليتن

قسم الرياضيات

اختبار الدور الثاني في مقررات الرياضيات 2 للسنة الثانية بقسم الرياضيات - العام الجامعي 2008 - 2009

*الكتابة تكون بقلم الحبر الجاف ولن يعتد بالإجابة المكتوبة بقلم الرصاص. *غير مسموح باستعمال الآلة الحاسبة



الزمن: ساعات و دق

أجب عن جميع الأسئلة التالية:

س1.أ. عرف: العملية الثنائية - النظام الرياضي - العنصر المحايد.

ب. إذا كان $(G, *)$ نظام رياضي (تسقيي ذا عنصر محايد ولكل عنصر معكوس)

حيث أن $a * a = e$ لكل $a \in G$ برهن أن G نظام تبديلي. (e هو العنصر المحايد في المجموعة

G بالنسبة للعملية $*$)

س2.أ. ليكن لدينا نظام بديهي يتضمن البديهيات التالية:

$Ax.1$: كل زوج من المستقيمتين يتقاطعان في نقطة واحدة فقط

$Ax.2$: كل نقطة يمر بها بالضبط مستقيمان.

$Ax.3$: العدد الكلي للمستقيمتين في النظام 5

برهن أن هذا النظام يحتوي على 10 نقاط بالضبط.

ب. عرف نقطة التراكم لمجموعة، ثم أوجد مجموعة نقاط تراكم المجموعة: $A = \left\{ \frac{(-1)^n}{1 + \frac{1}{n}} : n \in \mathbb{N} \right\}$

س3.أ. ليكن $a, b, c \in \mathbb{Z}$ ، فإذا كان $a|c$ ، $a|b$ برهن أن: $a|(bx + cy)$ لكل $x, y \in \mathbb{Z}$

ب. ليكن $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ ، $m \in \mathbb{Z}^+$ ، فإذا كان $a \equiv b \pmod{m}$ ، $c \equiv d \pmod{m}$ برهن أن:

$$ac \equiv bd \pmod{m} \text{ و } a + c \equiv b + d \pmod{m}$$

س4.أ. برهن أن مجموعة الأعداد الطبيعية غير منتهية.

ب. لأي مجموعتين A, B جزئيتين من \mathbb{R} برهن أن: $(A \cap B)' \subset A' \cap B'$

س5.أ. حدد فيما إذا كانت المجموعات التالية مغلقة أو مفتوحة أو خلاف ذلك:

$$\left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}, [1, 2] \cup \{3, 4\}, \left\{ \frac{n+1}{n} : n = 1, 2, 3, \dots \right\}$$

ب. برهن أن تقاطع أي عائلة من المجموعات المغلقة تكون مجموعة مغلقة.

