



MM314 Abstract Algebra1, Second Midterm, Fall 2017, Due December 13, 2017

الاختبار الثاني في مقرر الجبر المجرد 1 – فصل الخريف – العام الجامعي 2017 \ 2018

الزمن: ساعة ونصف



أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية:

1.1) ضع سؤالاً جيداً في مقرر جبر مجرد 1 ثم أجب عليه.

(ب) إذا كان  $a$  عنصراً في الزمرة  $G$  رتبته  $m$  برهن أن  $a^n = e$  إذا وإذا كان فقط  $m|n$

1.2) أكمل الفراغات التالية بما يناسبها:

(i) إذا كان  $\varphi: G \rightarrow G'$  دالة تشاكل فإن  $\ker \varphi = \{x \in G : \dots\}$

(ii) التشاكل الزمري التبادلي يعرف كما يلي.....

(iii) العنصر المحايد في زمرة القسمة هو.....

(ب) أوجد المجموعات المصاحبة للزمرة الجزئية  $H = \{0,3,6,9\}$  من الزمرة  $(Z_{12}, +_{12})$

1.3) أ) ليكن  $(Z_8, +_8)$  زمرة. أوجد كل مولدات  $Z_8$  ورتبة العنصر  $\bar{2}$  ومعكوس العنصر  $\bar{3}$  والزمرة الجزئية من  $Z_8$

(ب) ليكن  $\{H_i\}_{i \in I}$  عائلة من الزمر الجزئية الناظرية من الزمرة  $G$  برهن أن  $\bigcap H_i$  زمرة جزئية ناظرية من  $G$

1.4) أ) برهن أنه إذا كانت  $G$  زمرة تبديلية فإن زمرة القسمة  $G/N$  تكون تبديلية أيضاً حيث  $N$  زمرة جزئية ناظرية من  $G$ .

(ب) ضع علامة  $\surd$  أمام العبارة الصحيحة وعلامة  $\times$  أمام العبارة الخاطئة:

(i) لا توجد دالة تشاكل تبادلي بين الزمرة  $(Z_4, +_4)$  و زمرة كلاين الرباعية.

(ii) أي زمريتين من الرتبة 6 متشاكلتين تبادلياً

(iii) نواة التشاكل من الزمرة  $G$  إلى الزمرة  $G'$  تكون زمرة جزئية من  $G$ .

(iv) الزمريتين  $(Z, +)$  ،  $(7Z, +)$  غير متشاكلتين تبادلياً لأن  $2 \in Z$  بينما  $2 \notin 7Z$

1.5) برهن أن الزمريتين  $(\mathbb{R}^+, \times)$  ،  $(\mathbb{R}, +)$  متشاكلتين تبادلياً.

(ب) أعط ( إن وجد ) مثلاً مناسباً لكل فقرة مما يلي:

(i) زمرة منتهية مولدة بعنصر واحد فقط

(ii) زمريتين غير متشاكلتين تبادلياً.

(iii) دالة تكون تشاكل بين أي زمريتين.

انتهت الأسئلة .... أرجو لكم التوفيق والنجاح ... 2017-12-13

سؤال إضافي (5 درجات): برهن أن كل زمرة دورية غير منتهية مولدة بعنصرين فقط.