



MM314 Abstract Algebra 1, First Midterm, Fall 2017, Due November 15, 2017

الاختبار الأول في مقرر الجبر المجرد 1 – فصل الخريف – العام الجامعي 2017 \ 2018

الزمن: ساعة ونصف

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية: ( لكل سؤال 10 درجات ) لا يعتد بالاجابة المكتوبة بقلم الرصاص

س1.أ) عرف: الزمرة الجزئية - العنصر المحايد - رتبة الزمرة .

ب) إذا كانت \* عملية ثنائية على الزمرة  $G$  فإن العنصر  $x \in G$  يقال بأنه عنصر جامد بالنسبة للعملية \* إذا كان  $x*x=x$  . برهن أن الزمرة لها عنصر جامد واحد فقط.

س2.أ) أكمل الفراغات التالية بما يناسبها:

(i) إذا كانت  $G$  زمرة ،  $a, b, c \in G$  فإن حل المعادلة  $ayb=c$  هو  $y=.....$

(ii) ..... من الزمرة  $G$  تكون زمرة جزئية من  $G$  إذا وإذا كان فقط  $H$  مغلقة تحت العملية المعرفة على  $G$  .

ب) ليكن  $(G,*)$  زمرة تبديلية وليكن  $S = \{g \in G : g^3 = e\}$  . برهن أن  $S$  زمرة جزئية من  $G$  .

س3.أ) عرف: رتبة العنصر – معكوس العنصر

ب) إذا كانت  $\mu, \tau \in S_6$  حيث  $\mu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  ،  $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$  فأوجد  $\tau^{-1}$  ،  $\mu^{500}$  ،  $\tau\mu$

س4.أ) برهن أن الزمرة  $S_n$  غير تبديلية لكل  $n \geq 3$  . (لاحظ أن  $S_n$  هي زمرة التباديل على مجموعه عدد عناصرها  $n$ )

ب) ضع علامة  $\sqrt{}$  أمام العبارة الصحيحة وعلامة  $\times$  أمام العبارة الخاطئة:

(i) كل زمرة لها عنصر محايد واحد فقط.

(ii) العملية الثنائية \* المعرفة على المجموعة  $Z$  تكون تبديلية إذا وإذا كان فقط  $a*b=b*a$

(iii) مجموعة المصفوفات من النوع  $n \times n$  القابلة للعكس وبمداخل من الأعداد الحقيقية ومحددها يساوي 2 تكون زمرة جزئية من  $GL(n, \mathbb{R})$  .

س5.أ) ليكن  $G = \mathbb{R}/\{2\}$  ، عرفت \* على  $G$  كالتالي:  $a*b=ab-2a-2b+6$  لكل  $a, b \in G$  . برهن أن  $(G,*)$  زمرة.

ب) أعط ( إن وجد ) مثلاً مناسباً لكل فقرة مما يلي:

(i) زمرة غير منتهية مولدة بعنصرين (ii) عملية ثنائية تنسيقية تبديلية (iii) زمرة غير تبديلية

انتهت الأسئلة .... أرجو لكم التوفيق والنجاح ... 2017-11-15