



MM314 Abstract Algebra 1, First Midterm, Fall 2017, Due November 15, 2017

الاختبار الأول في مقرر الجبر المجرد 1 – فصل الخريف – العام الجامعي 2017 \ 2018

الزمن: ساعة ونصف

أجب عن 4 أسئلة فقط من الأسئلة التالية: (لكل سؤال 10 درجات) لا يعتد بالاجابة المكتوبة بقلم الرصاص

س1.أ) عرف: الزمرة الجزئية - العنصر المحايد - رتبة الزمرة .

ب) إذا كانت * عملية ثنائية على الزمرة G فإن العنصر $x \in G$ يقال بأنه عنصر جامد بالنسبة للعملية * إذا كان $x*x=x$. برهن أن الزمرة لها عنصر جامد واحد فقط.

س2.أ) أكمل الفراغات التالية بما يناسبها:

(i) إذا كانت G زمرة ، $a, b, c \in G$ فإن حل المعادلة $ayb=c$ هو $y=.....$

(ii) من الزمرة G تكون زمرة جزئية من G إذا وإذا كان فقط H مغلقة تحت العملية المعرفة على G .

ب) ليكن $(G,*)$ زمرة تبديلية وليكن $S = \{g \in G : g^3 = e\}$. برهن أن S زمرة جزئية من G .

س3.أ) عرف: رتبة العنصر – معكوس العنصر

ب) إذا كانت $\mu, \tau \in S_6$ حيث $\mu = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 5 & 6 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ، $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 3 & 6 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ فأوجد τ^{-1} ، μ^{500} ، $\tau\mu$

س4.أ) برهن أن الزمرة S_n غير تبديلية لكل $n \geq 3$. (لاحظ أن S_n هي زمرة التباديل على مجموعه عدد عناصرها n)

ب) ضع علامة $\sqrt{}$ أمام العبارة الصحيحة وعلامة \times أمام العبارة الخاطئة:

(i) كل زمرة لها عنصر محايد واحد فقط.

(ii) العملية الثنائية * المعرفة على المجموعة Z تكون تبديلية إذا وإذا كان فقط $a*b=b*a$

(iii) مجموعة المصفوفات من النوع $n \times n$ القابلة للعكس وبمداخل من الأعداد الحقيقية ومحددها يساوي 2 تكون زمرة جزئية من $GL(n, \mathbb{R})$.

س5.أ) ليكن $G = \mathbb{R}/\{2\}$ ، عرفت * على G كالتالي: $a*b=ab-2a-2b+6$ لكل $a, b \in G$. برهن أن $(G,*)$ زمرة.

ب) أعط (إن وجد) مثلاً مناسباً لكل فقرة مما يلي:

(i) زمرة غير منتهية مولدة بعنصرين (ii) عملية ثنائية تنسيقية تبديلية (iii) زمرة غير تبديلية

انتهت الأسئلة أرجو لكم التوفيق والنجاح ... 2017-11-15